

ENTWICKLUNG EINES
ANALOGIEEXPERIMENTS ZUR
MASSENSPEKTROMETRIE

*im Rahmen der Ersten Staatsprüfung für das Lehramt an
Gymnasien und Gesamtschulen, dem Landesprüfungsamt für Erste
Staatsprüfungen für Lehrämter an Schulen vorgelegt von*

BJÖRN RITTERBECKS (301977)
bjoern.ritterbecks@rwth-aachen.de

am
5. Juli 2016

nach Themenvorschlag durch

PROF. DR. RER. NAT. HEIDRUN HEINKE
I. PHYSIKALISCHES INSTITUT (IA)
RWTH AACHEN

SCHRIFTLICHE HAUSARBEIT

*Uns ist kein Sein vergönnt. Wir sind nur Strom,
Wir fließen willig allen Formen ein:
Dem Tag, der Nacht, der Höhle und dem Dom,
Wir gehn hindurch, uns treibt der Durst nach Sein.*

*So füllen Form um Form wir ohne Rast,
Und keine wird zur Heimat uns, zum Glück, zur Not,
Stets sind wir unterwegs, stets sind wir Gast,
Uns ruft nicht Feld noch Pflug, uns wächst kein Brot.*

*Wir wissen nicht, wie Gott es mit uns meint,
Er spielt mit uns, dem Ton in seiner Hand,
Der stumm und bildsam ist, nicht lacht noch weint,
Der wohl geknetet wird, doch nie gebrannt.*

*Einmal zu Stein erstarren! Einmal dauern!
Danach ist unsre Sehnsucht ewig rege,
Und bleibt doch ewig nur ein banges Schauern,
Und wird doch nie zur Rast auf unsrem Wege.*

— HERMANN HESSE (1934)



*Gewidmet der liebenden
Erinnerung an
FRANZ HEINZ RITTERBECKS.*

*Dein Geist lebt in uns, die wir
zurückgeblieben sind, weiter.*

INHALTSVERZEICHNIS

1	EINLEITUNG	1
	<i>Es existieren einige wenige Analogieexperimente zur Massenspektrometrie, welche eine qualitative Betrachtung ermöglichen. Diese Arbeit unternimmt den Versuch, eine quantifizierbare Analogie zu entwickeln.</i>	
	1.1	Motivation 1
	1.2	Überblick 2
2	MASSENSPEKTROMETRIE	3
	<i>Ausgehend spektrometrischer Grundlagen physikalischen Zusammenhängen wird die Entstehungsgeschichte der Massenspektrometrie umrissen und insbesondere der erste geschwindigkeitsfokussierende Massenspektograph von ASTON beschrieben.</i>	
	2.1	Grundlegendes 3
	2.2	Kraftfelder des Massenspektrometers 6
	2.3	Beginn der Massenspektrometrie 14
	2.4	Astons Massenspektrometer 16
3	FACHDIDAKTIK	19
	<i>Die Versuchsentwicklung erfolgt unter fachdidaktischen Überlegungen zur didaktischen Analyse, der individuellen Wissenskonsstruktion, der Festlegung eines Handlungsmusters zur Analogiebildung und den zu erreichenden Zieldimensionen.</i>	
	3.1	Wissenskonsstruktion 19
	3.2	Didaktische Analyse 20
	3.3	Zieldimensionen 22
4	ANALOGIEBETRACHTUNGEN	24
	<i>Auf Grundlage der bereits erarbeiteten Annahmen werden Entsprechungen zum primären Lernbereich in einem sekundären Analogbereich benannt, die objektaal umgesetzt und begrifflich-mathematisch mit dem Primärbereich verknüpft werden.</i>	
	4.1	Kraftfelder der Analogie 24
	4.2	Beispiele für Analogversuche 28

4.3	Umsetzung	32
4.4	Gebläse	33
4.5	Beschleunigereinheit	39
4.6	Kugeln	42
4.7	Schiefe Ebene	43
4.8	Detektoren	44
5	GÜLTIGKEIT	46
	<i>Die entscheidenden Versuchsparameter werden durch selbstgebaute Apparaturen gemessen und mit den theoretischen Erwartungen verglichen, um aus der Schnittmenge ein mathematisches Modell des Analogieexperimentes zu entwickeln.</i>	
5.1	Kraftmessung im Strömungsfeld	46
5.2	Geschwindigkeitsmessung der Anströmung	53
5.3	Vorfaktor der potentiellen Energie	55
5.4	Voraussagbarkeit	57
6	SCHLUSSBEMERKUNGEN	59
	<i>Mittels der experimentell gewonnenen Daten wird ein mögliches Grobkonzept für einen Praktikumsversuch nebst möglicher Lernziele vorgestellt, worauf ein persönliches Fazit dieser Examensarbeit folgt.</i>	
6.1	Versuchskonzept	59
6.2	Fazit	61
	LITERATURVERZEICHNIS	64
	ABBILDUNGSVERZEICHNIS	iii
	TABELLENVERZEICHNIS	v
A	MESSDATEN	vii
A.1	Tabellen	vii
A.2	Diagramme	xv
B	SELBSTÄNDIGKEITSERLÄRUNG	xxiii

EINLEITUNG



Es existieren einige wenige Analogieexperimente zur Massenspektrometrie, welche eine qualitative Betrachtung ermöglichen. Diese Arbeit unternimmt den Versuch, eine quantifizierbare Analogie zu entwickeln.

MOTIVATION 1.1

Der Begriff *Massenspektrometer* (bzw. *Massenfilter* oder *Massenspektrograph*) beschreibt »ein Instrument, das aus einer Substanzprobe [...] gasförmige Ionen erzeugt, diese nach Masse und Ladung trennt und schließlich ein *Massenspektrum* (MS) liefert.«¹ Die Massenspektrometrie geht auf J. J. THOMSONS Kathodenstrahllexperimente im Jahre 1897 zurück und kann — historisch gesehen — als Nebenprodukt der Erforschung der Atomstruktur betrachtet werden.

Nach J. H. GROSS ist das Verständnis der Massenspektrometrie in den Naturwissenschaften Biologie, Chemie und Physik, in den Ingenieurwissenschaften, der Medizin und Pharmazie für Studierende² und Praktizierende von imperativer Bedeutung.³ Dies äußert sich ebenfalls in einer von der RWTH Aachen im Jahr 2012 durchgeführten Umfrage, in welcher die Lehrkörper von Hochschulen mit dem Studiengang Biologie nach den wichtigsten Lehrinhalten für angehende Biologen befragt worden sind.⁴ Aus diesen Gründen besteht ein Bedarf für Experimente zur Massenspektrometrie in physikalischen Praktika auf Hochschulebene, den die vorliegende Arbeit stillen will.

In den gängigen universitären Praktika gibt es mannigfaltige Ausprägungen von Experimenten. So werden Sachzusammenhänge unter anderem direkt, als Simulationen oder Analogieexperimente erfahrbar gemacht, was in Abhängigkeit vom spezifischen Versuchsaufbau über das *Tun*, die *Haptik*, eine *Elementarisierung* oder die *Vernetzung mit Bekanntem* das Lernen und Behalten fördert — oder in einigen Fällen — überhaupt erst ermöglicht.

Wie persönliche Erfahrungen zeigen, steigt zudem der Lernerfolg mit der Komplexität der Anforderungen, da durch intensives Recherchieren und Nachdenken die Konstruktion von Wissensrepräsentationen befördert wird. So ist es durchaus möglich, ein Analogieexperiment vollständig und richtig auszuwerten, ohne es auf den Primärbereich übertragen zu können. Jedoch gerade die Vernetzung von bereits Ge-

¹ BUDZIKIEWICZ, H. und SCHÄFER, M. (2005): Massenspektrometrie: Eine Einführung (5., vollständig überarbeitete und aktualisierte Auflage). Weinheim: WILEY-VCH GmbH & Co. KGaA, S. 7.

² In dieser Arbeit wird aus Gründen des Leseflusses im Folgenden stets der männliche Genus verwendet.

³ vgl. GROSS, J. H. (2012): Massenspektrometrie: Ein Lehrbuch. Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag, S. 1.

⁴ vgl. BÖHMER, M. (2013, 16. Mai): Konzeption eines Analogie-Versuches zur Massenspektrometrie für ein Physikpraktikum für Biologie-Studierende (Staats-examensarbeit, RWTH Aachen), S. 1.

lerntem, bestenfalls sogar Erfahrenem mit neuen Konzepten führt zu langfristigem und tiefgreifendem Lernen, wie es uns sowohl der (gemässigte) Konstruktivismus¹ als auch der Kognitivismus aufzeigen. Möglichst intensive Verwebungen von Wissensgebieten führen dazu, dass Analogien ein hervorragendes Lehr- und Lernmittel darstellen, falls die Aufgabenstellungen und Erläuterungen auf eine direkte Übertragbarkeit gerichtet werden und diese zur Auswertung benötigt wird.

¹ vgl. DUBS, R. (2009): Lehrerverhalten: Ein Beitrag zur Interaktion von Lehrenden und Lernenden im Unterricht. Stuttgart: Franz Steiner Verlag, S. 27–31.

Der Einsatz eines modernen Massenspektrographen kommt für Studierende mit Nebenfach Physik nicht in Frage, da die Massenspektrometrie ein klassischer *Blackbox*-Versuch ist und die Komplexität und der Anspruch mit moderneren Geräten steigen, was GROSS mit einem Globus paraphrasiert, bei dem man stets nur einen Anteil der gesamten Oberfläche sehen kann, jedoch nie das Ganze.² Überdies kann ein Analogieversuch auch, falls eine weitere didaktische Reduktion erfolgt, als Demonstrationsexperiment im Physikunterricht der Oberstufe durchgeführt werden, was diese Versuchsform als die logische Wahl erscheinen lässt.

² vgl. GROSS, 2012, S. 6.

ÜBERBLICK 1.2

Diese Hausarbeit befasst sich daher mit der Entwicklung eines Analogieversuchs zur Massenspektrometrie, der neben einem intuitiven Zugang vielfältige Möglichkeiten zur Ausarbeitung auf unterschiedlichen Anforderungsniveaus bieten soll.

Im Vorfeld dieses Textes wurden zwei Staatsexamensarbeiten am I. PHYSIKALISCHEN INSTITUT IA mit einem gleichlautendem Themengebiet verfasst, auf deren zentrale Ergebnisse an entsprechenden Stellen eingegangen wird,³ die allerdings aufgrund der Veränderung jedes einzelnen Bestandteiles der Analogie nur als Ansatzpunkte einfließen.

³ vgl. MAIS, A. (2014, 17. Juli): Entwicklung eines Analogieversuches zur Massenspektrometrie für Biologie-Studierende (Staatsexamensarbeit, RWTH Aachen), und BÖHMER, 2013.

Hierzu folgt auf die theoretischen Grundlagen der Massenspektrometrie in Kapitel 2 — mit besonderer Berücksichtigung des Massenspektrometers von ASTON — der fachdidaktische Orientierungsrahmen (Kapitel 3) für eine dezidierte Analogiebetrachtung im 4. Kapitel, bei der ebenfalls die Bestandteile des Analogieversuches theoretisch begründet und praktisch entwickelt werden.

Im Hauptteil wird, nach der Überprüfung der Analogiekomponenten hinsichtlich ihrer Übertragbarkeit von Theorie auf Praxis und einer mathematischen Modellbildung, der Versuchsaufbau finalisiert und eine Probemessung ausgewertet (Kapitel 5).

Die Schlussbemerkungen enden mit einem Fazit, das an Überlegungen und Konzepte für eine Versuchsanleitung anknüpft.

Ausgehend von physikalischen Zusammenhängen wird die Entstehungsgeschichte der Massenspektrometrie umrissen und insbesondere der erste geschwindigkeitsfokussierende Massenspektograph von ASTON beschrieben.

GRUNDLEGENDES 2.1

Sämtliche Massenspektrometer unterschiedlichster Bauart erzeugen aus einer *Substanzprobe* Ionen, die nach ihrem q/m -Verhältnis aufgespalten und anschließend registriert werden.¹

Die moderne Massenspektrometrie ist ein sich rasant weiterentwickelndes Feld mit einer Vielzahl von Massenspektrometer-Archetypen, wie GROSS konstatiert, wenn er schreibt, dass ein Großteil der 1987 prädominanten Spektrometer — namentlich Sektorfeld- und Massenspektrometer — bereits verschwunden, jedoch moderne Systeme an ihre Stelle getreten seien.²

Gemein ist allen Spektrometern die Gliederung in vier Kernkomponenten-

¹ vgl. BUDZIKIEWICZ und SCHÄFER, 2005, S. 7.

² vgl. GROSS, 2012, S. 131.

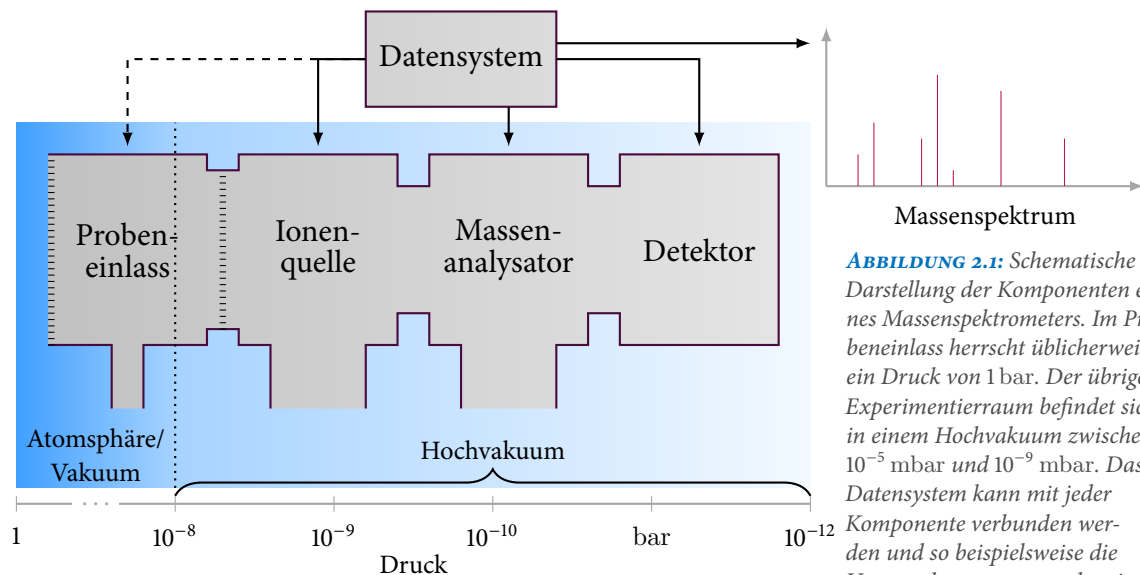
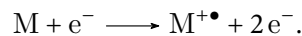


ABBILDUNG 2.1: Schematische Darstellung der Komponenten eines Massenspektrometers. Im Probeneinlass herrscht üblicherweise ein Druck von 1 bar. Der übrige Experimentierraum befindet sich in einem Hochvakuum zwischen 10^{-5} mbar und 10^{-9} mbar. Das Datensystem kann mit jeder Komponente verbunden werden und so beispielsweise die Untersuchung steuern oder ein Massenspektrum ausgeben (nach GROSS, 2012, S. 8).

ten, wobei seit den 1980er Jahren eine fünfte, mandatorische, hinzugekommen ist. Die Komponenten sind in Graphik 2.1 dargestellt und

werden im Folgenden kurz umschrieben.

- Der *Probeneinlass* dient als Bindeglied zwischen dem *Hochvakuum* im Bereich (von 10^{-5} mbar bis 10^{-9} mbar) der weiteren Komponenten und der zu untersuchenden Substanz *per se*. Der Niederdruck ist erforderlich, um die *mittlere freie Weglänge* der Ionen (zwischen erwarteten Stößen) zu erhöhen. Als Ausnahme ist die *direkte Probeneinführung* zu nennen, bei welcher die Substanz über eine Vakuumschleuse direkt in die Ionenquelle eingespeist wird, wo sie durch Erhitzen ihren *Dampfdruck* in den Hochvakuumbereich erniedrigt.¹
- In der *Ionenquelle* müssen neutral geladene Teilchen *ionisiert* werden, damit elektrische und magnetische Felder sie beeinflussen können. Hierzu ist eine *Ionisierungsenergie* nötig, welche die Mindestenergie darstellt, um ein Elektron abzuspalten (z. B. 13,8 eV für CO₂). Das klassische Verfahren, dies zu bewerkstelligen, ist der Beschuss mit Elektronen, die sogenannte *Elektronenstoßionisation*, bei der die Probensubstanz in der Gasphase (vgl. die direkte Probeneinführung) mit Elektronen beschossen wird, welche eine kinetische Energie von einigen 10 eV aufweisen. »Bei der Wechselwirkung der Elektronen mit den Molekülen [...] kann entweder die zur Abspaltung eines Elektrons notwendige Energie aufgenommen [...] oder ein Elektron«² auf ein höherenergetisches *Orbital* gehoben werden. Neben der gewünschten Bildung von Ionen können aufgrund der hohen Energie, welche für die Elektronenstoßionisation benötigt wird, auch Nebenprodukte wie »Molekül-Ionen, Fragment-Ionen, mehrfach geladene Ionen, metastabile Ionen, umgelagerte Ionen und Ionenpaare«³ auftreten. Die gewünschte Reaktion ist jedoch immer



Da die *Ionenausbeute* aufgrund der Nebeneffekte nicht für alle Zwecke ausreichend ist, wurden »die sogenannten weichen Ionisierungsverfahren entwickelt«⁴ (insbesondere die *Elektronenspray-Ionisation* oder *Matrix-unterstützte Laser-Desorption/Ionisation*). Eine appropriate Analogie zu den Vorgängen in der *Ionisationskammer* liefert BLAUM in seiner Examensarbeit aus dem Jahr 2011, wenn er den Elektronenbeschuss mit den Analogbereichen aus Tabelle 2.1 erklärt.⁵

- Bei dem *Massenanalysator* müssen zwei Bereiche mitgedacht werden: Dem ersten Teil des Analysators kommt die Aufgabe zu, die erzeugten Ionen auf eine bestimmte Geschwindigkeit zu beschleunigen und den Ionenstrahl mit Hilfe von Gittern oder Lochblenden zu fokussieren. Dieser Teilbereich des Analysators wird im weiteren Verlauf auch *Beschleunigereinheit* genannt und wird zumeist über ein Potentialgefälle U_B , dessen Feldlinien in Richtung Ionenkammer zeigen, realisiert. Die

¹ vgl. BUDZIKIEWICZ und SCHÄFER, 2005, S. 12.

² BUDZIKIEWICZ und SCHÄFER, 2005, S. 18.

³ GROSS, 2012, S. 26.

⁴ KÖSTLER, M. (2010, 3. Dez.): Bildgebende Massenspektrometrie: Apparative und präparative Entwicklung, sowie lateral hochauflösende Untersuchung artifizierlicher und biologischer Proben (*Inauguraldissertation*, Gießen, Justus-Liebig-Universität), S. 25.

⁵ vgl. BLAUM, M. (2011, 8. Apr.): Neukonzeption des Versuchs Quadrupolmassenspektrometer im Fortgeschrittenen-Praktikum (*Staatsexamensarbeit*, Johannes Gutenberg Universität Mainz), S. 91.

Primärbereich	Analogie
Elektronenstoßquelle	Pistole
Elektronen mit kinetischer Energie ≈ 70 eV	abgefeuerte Munition
Moleküle/Atome	Glasscheibe
Ionen/Fragmente usw.	Scherben unterschiedlicher Größe

TABELLE 2.1: Analogiebetrachtungen der Ionisationskammer eines Massenspektrometers. Wird wiederholt mit einer Pistole auf Glasscheiben gefeuert, ergeben sich randomisierte Scherbengrößen-Verteilungen, die als unterschiedliche Ionenausbeuten betrachtet werden können, wenn einem Größenintervall das Prädikat »ionisiertes Molekül« zugeordnet wird (nach BLAUM, 2011, S. 91).

Gesetze, die zu der Beschleunigung führen, sollen im Abschnitt 2.2 dargelegt werden.

Die weitere Komponente ist der eigentliche *Analysator*, der über magnetische und/oder elektrische Felder für eine Aufspaltung der Ionen sorgt. Von GROSS und BUDZIKIEWICZ werden *Flugzeit-Massenspektrometer* (tof: engl. f. *time of flight*), *Magnetsektorfeld-Geräte*, *Quadrupolspektrometer*, *Orbitrap-Spektrometer*, *Ionen-Cyclotron-Resonanz-Aufbauten* uvm. genannt, wobei diese Arbeit sich auf die klassischen *EB-Sektorfeld-massenspektrometer* beschränken wird (*EB* f. E-Feld und B-Feld), da sich mit ihnen die wertschöpfendsten Analogien bilden lassen.

- Der *Detektor* sorgt für die Registrierung der im Analysator abgelenkten Ionen. Hierfür gibt es nach BUDZIKIEWICZ drei Möglichkeiten:¹

1. In der frühen Massenspektrometrie wurde die Detektion zumeist durch *Photoplatten* realisiert, die von den auftreffenden Ionen geschwärzt werden. Je dunkler ein Bereich wird, desto mehr Ionen wurden registriert. Photoplatten werden fortschreitend durch angepasste *CCD-Sensoren* (beispielsweise in Digitalkameras zu finden) abgelöst.
2. *Auffänger* fungieren als Einzeldetektoren für spezifische Masse-Ladungs-Verhältnisse. *Faraday-Töpfe* registrieren die Entladung der Ionen, wodurch eine Proportionalität zu der am jeweiligen Auffänger gemessenen Stromstärke besteht.
3. Die dritte Variante besteht in einem schmalen *Kollektorspalt*, der nur von Ionen mit einer Streuung von r_0 erreicht wird. Hinter dem Spalt befindet sich ein *Sekundärelektronenvervielfacher* (SEV), welcher über eine Hintereinanderreihung von *Dynoden* die auftreffenden Ionenströme vervielfacht und somit ein verstärktes Signal ausgibt. Um unterschiedliche Masse-Ladungs-Verhältnisse durch den Kollektorspalt zu leiten, werden die Spannung U_{Kon} und die Magnetfeldstärke B variiert.

¹ vgl. BUDZIKIEWICZ und SCHÄFER, 2005, S. 44–45.

Für den zu entwickelnden Analogieversuch ist die Variante mit den Einzeldetektoren am Zweckdienlichsten.

- Bei allen modernen Massenspektrometern ist ein *Datensystem* mit dem Massenspektrometer gekoppelt, welches in Abhängigkeit seiner Leistungsfähigkeit für die »Steuerung des Massenspektrometers, Aufnahme und Speicherung der Rohdaten«¹, Modellierung, Berechnung und Auswertung, Rauschfiltration usw. genutzt wird. Bei der Analyse der Ausschläge greifen Datensysteme unter anderem auf Datenbanken mit bereits bekannten Spektren zurück, berechnen Konfidenzintervalle dafür, dass es sich bei einem *peak* (im Kontext engl. f. *Maximum*) um ein bestimmtes Element handelt, *et cetera perpetuum perpetuum* (womit das unerschöpfliche Anwendungspotenzial der rechnergestützten Messwerterfassung und -analyse angedeutet werden soll).

¹ BUDZIKIEWICZ und SCHÄFER, 2005, S. 51.

Bei allen oben genannten Methoden bleibt das jeweilige *Auflösungsvermögen*

$$A = \frac{m}{\Delta m} \quad (2.1)$$

ein entscheidender Faktor für die Güte des Spektrometers. Je feiner die Unterteilung detektierbarer q/m -Verhältnisse bei ausreichend guter Peakhöhe, desto leistungsfähiger ist ein Massenspektrometer. Beläuft sich A auf 20, so würden beispielsweise die Maxima der Massen $20 \text{ u} = m$ (ca. $20 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) und $19 \text{ u} = m - \Delta m$ dergestalt voneinander getrennt werden, dass das Tal zwischen den beiden (in dieser Definition gleich hohen) Maxima nur 10 % der Peakhöhe hat.² Aufgrund dieser Beschreibung des Auflösungsvermögens wird klar, dass sowohl die Rauschminimierung als auch die Empfindlichkeit des Detektors von großer Bedeutung sind.

² vgl. BUDZIKIEWICZ und SCHÄFER, 2005, S. 41.

KRAFTFELDER DES MASSENSPEKTROMETERS 2.2

Zum Verständnis der Massenspektrometrie und der Analogiebetrachtungen im vierten Kapitel (4) werden in diesem Teil der Arbeit die wichtigsten physikalischen Gesetzmäßigkeiten *elektrischer Felder* (E-Felder) und *magnetischer Felder* (B-Felder) zusammengefasst, wobei insbesondere die Ablenkung von Ladungen thematisiert wird. Anhand von Bewegungsgleichungen (vgl. (2.15)) wird gezeigt, dass geladene Teilchen in einem elektrischen Feld unabhängig von ihrer Masse aufgespalten werden, während diese im Magnetfeld eine Rolle spielt. Bei den Betrachtung in Abschnitt 2.4 werden die Proportionalitäten erläutert.

COULOMBKRAFT 2.2.1

Die Grundkenntnisse über elektrische Felder wurden vom französischen Ingenieur und Physiker CHARLES-AUGUSTIN DE COULOMB (1736–1806) herausgefunden.¹ So beschreibt er das Feld $\mathbf{E}$ einer punktförmigen Ladung Q , welche sich im Koordinatenursprung befindet, im Abstand $\mathbf{r}$ als

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad \text{wobei} \quad \epsilon_0 \approx 8,9 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A s}}{\text{V m}} \quad (2.2)$$

die *elektrische Feldkonstante* ist (bei Vernachlässigung der *Materialkonstante* ϵ_r). Im weiteren Verlauf wird $\mathbf{r}/r$ mit $\mathbf{e}_r$ bezeichnet, d. h. als normierter *Einheitsvektor* in Ladungsrichtung. Die Wirkung einer näherungsweise punktförmigen, kugelsymmetrischen Ladung auf eine Elementarladung q , die betragsmäßig gegenüber Q verschwindend gering ist, wird in Abbildung 2.2 illustriert.

Mittels vektorieller Addition von n elektrischen Felder erhält man ein Gesamtfeld

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}_1) + \dots + \mathbf{E}_n(\mathbf{r}_n). \quad (2.3)$$

Aufgrund dieses *Superpositionsprinzips* ist leicht ersichtlich, dass durch ausreichend große *Kondensatorplatten* bei geringem Abstand r ein nahezu *homogenes* E-Feld erzeugt wird, wie es ausgehend von Abbildung 2.3 bereits erwartet werden kann. Die *Kräfteparallelogramme* werden über *Kräfteaddition* konstruiert, wobei

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot q = \mathbf{F}(\mathbf{r}) \quad (2.4)$$

gilt, da das elektrische Feld am Ort $\mathbf{r}$ über die auf eine *Probeladung* q ausgeübte *Coulombkraft* definiert ist.²

Über die *Flächenladungsdichte* σ kann die von einem *Plattenkondensator* auf eine Ladung q ausgeübte Gesamtkraft über *trigonometrische* Beziehungen hergeleitet werden.³ Aufgrund der Homogenität eines Plattenkondensators beläuft sich die parallele, auf q einwirkende Kraftkomponente $F_{\parallel}$ auf 0 N. Damit ergibt sich nach DEMTRÖDER die Gesamtkraft auf die Ladung zu

$$2 \cdot \mathbf{F} = \int_0^{\pi/2} dF_{\perp} \cdot \mathbf{e}_x = \frac{q\sigma}{\epsilon_0} \mathbf{e}_x. \quad (2.5)$$

Eine weitere wichtige Größe ist das *elektrische Potential*, dessen Analogon in dem *Gravitationspotential* in Abschnitt 4.1.1 dargelegt werden wird. Wie bei jeglichen *konservativen Kraftfeldern* wird die Verschie-

¹ vgl. SCHILLER, C. (2016a): Motion Mountain: The Adventure of Physics Volume III (28. Auflage). München: Christoph Schiller, S. 25.

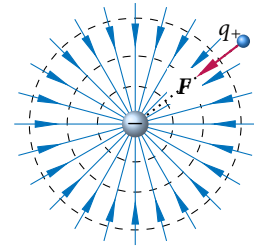


ABBILDUNG 2.2: Eine negative Ladung Q erzeugt ein kugelsymmetrisches Feld (blau). Der Verlauf gleicher Potentials ist mit gestrichelten Linien angedeutet. Auf eine positive Elementarladung q_+ wirkt eine Kraft $\mathbf{F}$ (nach DEMTRÖDER, 2009, S. 6).

² vgl. DEMTRÖDER, W. (2009): Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik (5., überarbeitete und erweiterte Auflage). Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag, S. 5.

³ vgl. DEMTRÖDER, 2009, S. 6.

Konvention: Für die Intensität eines elektrischen Feldes wird E verwendet, bei Energien wird stets ein passendes Subskript hinzugefügt (z. B. E_{kin}).

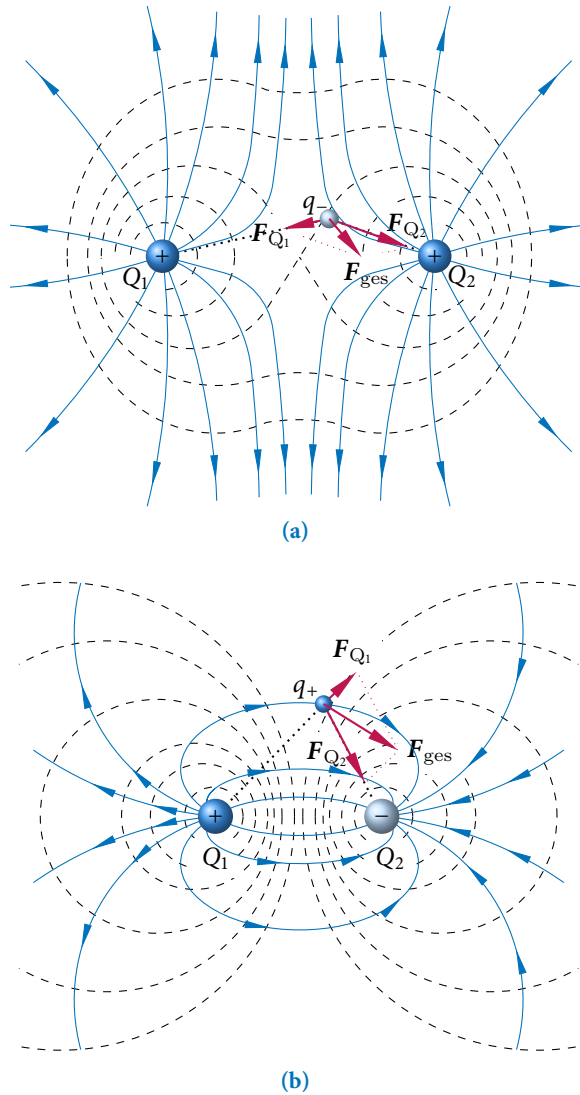


ABBILDUNG 2.3: Dargestellt sind die elektrischen Feldlinien von zwei-Ladungssystemen nebst Äquipotentiallinien, die orthogonal zu der Krafrichtung stehen, und Punktladungen mit den auf sie wirkenden Kräfteparallelogrammen. **(a):** Positive Ladungen erzeugen ein Feld, welches im Übergangsbereich nahezu orthogonal zu der x -Achse liegt. **(b):** Entgegengesetzte Ladungen ziehen sich an. Sie bilden ein stationäres Feld, dessen Feldlinien nach Konvention von plus nach minus laufen. Mit Hilfe des Superpositionsprinzips lassen sich diese Fälle auf einen Plattenkondensator übertragen. Falls der Ebenenabstand r klein gegenüber der Fläche A ist, kann man in Näherung mit einem vollständig homogenen E-Feld argumentieren (nach DEMTRÖDER, 2009, S. 6–7).

bungsarbeit W über einen Weg a mit einem *wegunabhängigen* Integral beschrieben. Die geleistete Arbeit ist demnach nur von Anfangs- und Endpunkt abhängig, nicht jedoch vom genauen Weg.¹ So ist die Differenz von *potentiellen Energien* zwischen zwei Ortspunkten $\mathbf{r}_1$ und $\mathbf{r}_2$ in konservativen Kraftfeldern ausschließlich durch das Integral der Kraft — skalar multipliziert mit einer infinitesimalen Wegkomponente $d\mathbf{s}$ — definiert, nicht jedoch von dem expliziten Weg:

$$-\int_{\mathbf{r}_2}^{\mathbf{r}_1} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = E_{\text{el}}(\mathbf{r}_1) - E_{\text{el}}(\mathbf{r}_2) \quad (2.6)$$

In diesem Zusammenhang ist zu bemerken, dass jedes Integral über

¹ vgl. DEMTRÖDER, W. (2008): Experimentalphysik I: Mechanik und Wärme (5., neu bearbeitete und aktualisierte Auflage). Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag, S. 61.

einen geschlossenen Weg betragsmäßig verschwindet: Physikalisch vollbringt SISYPHUS aus der griechischen Mythologie hiernach beim Hochrollen des Felsbrockens zwar eine Leistung, aber die *Sisiphyusarbeit* wird von der Schwerkraft ein ums andere mal zunichte gemacht und ist somit non existent.¹

¹ Wie der allgemeine Sprachgebrauch beim Lernen von Physik detrimentär sein kann, wird in Kapitel 3 noch genauer erläutert.

Die elektrische *Potentialdifferenz* ist als Änderung des Potentials einer Ladung q definiert, welche innerhalb eines elektrischen Feldes verschoben wird.² Aufgrund der linearen Abhängigkeit eines E-Feldes von der Ladung gilt daher

$$\Delta E_{\text{el}} = q \cdot U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \quad (2.7)$$

² vgl. GIANCOLI, D. C. (2010): Physik: Lehr- und Übungsbuch (3., erweiterte Auflage). München: Pearson Studium, S. 795.

Gleichungen (2.4), (2.6) und (2.7) liefern die elektrische Potentialdifferenz U als

$$q \cdot U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = q \cdot (\phi(\mathbf{r}_1) - \phi(\mathbf{r}_2)) = -q \int_{\mathbf{r}_2}^{\mathbf{r}_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E_{\text{el}}, \quad (2.8)$$

wobei für einen als ideal angenommenen Plattenkondensator, die Setzung $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 := r$ und eine geeignete Koordinatenachsenfestlegung

$$q \cdot U(r) = -E \cdot r \cdot q \quad \text{gezeigt werden kann.} \quad (2.9)$$

Da die elektrische Energie nach dem Energieerhaltungssatz in einem idealisierten Modell ohne Bindungsenergien vollständig in kinetische Energie umgesetzt wird, kann Gleichung (2.7) zu

$$\begin{aligned} -\Delta E_{\text{el}} &= \Delta E_{\text{kin}} \\ \Leftrightarrow -qU_B &= \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{r}}^2 \end{aligned} \quad (2.10)$$

mit der *Beschleunigungsspannung* U_B umformuliert werden. Über die allgemeine Definition der Kraft

$$\mathbf{F} = m \ddot{\mathbf{r}} \quad (2.11)$$

mit Masse m und Beschleunigung $\ddot{\mathbf{r}}$ können unter der Annahme, dass die Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{r}}$ der Ladung parallel zu den Kondensatorplatten verläuft, $\dot{\mathbf{r}}_x = \dot{x}$ und $\ddot{\mathbf{r}}_y = \ddot{y}$ gesetzt werden. Damit kann mit den Formeln (2.4) und (2.11) zunächst mit der Elementarladung eines Elektrons e^- die Beschleunigung in y -Richtung für ein Elektron berechnet werden:

$$\ddot{y} = \frac{e^- E}{m_e} \left(= \frac{-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot E}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \right). \quad (2.12)$$

Diese zeitunabhängige Beschleunigung liefert über doppelte Integration die Geschwindigkeit und Auslenkung³ in y -Richtung als

³ vgl. DEMTRÖDER, 2008, S. 44.

$$\begin{aligned}\dot{y}(t) &= \frac{e^- E}{m_e} t \quad \text{und} \\ y(t) &= \frac{e^- E}{2m_e} t^2.\end{aligned}\tag{2.13}$$

Die Bewegung entlang der x -Achse erfährt keine Beschleunigung und

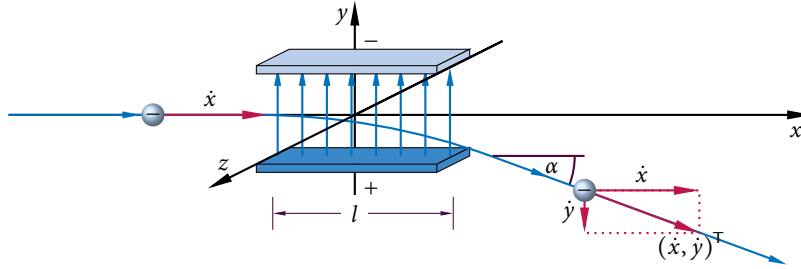


ABBILDUNG 2.4: Ein Elektron wird durch eine Spannung U_B (nicht skizziert) in x -Richtung beschleunigt. Zwischen den Kondensatorplatten mit Länge l erfährt das Elektron durch das E -Feld eine Beschleunigung parallel zur x -Achse, welche proportional zur Feldstärke E ist. Ab $x = l/2$ bewegt sich die Ladung mit konstanter Geschwindigkeit $v = (\dot{x}, \dot{y})^T$ weiter (eigene Darstellung).

wird durch Umformung von Formel (2.10) zu

$$x(t) = \int \sqrt{-\frac{2e^- U_B}{m}} dt = t \cdot \sqrt{-\frac{2e^- U_B}{m}}.\tag{2.14}$$

Für ein beliebig geladenes Teilchen, welches sich mit konstanter Geschwindigkeit parallel zu zwei Kondensatorplatten mit Länge l bewegt, kann die y -Position mittels einer Umformung von (2.13) zu

$$y(x = t\dot{x}) = \begin{cases} 0 & , x \leq 0 \\ \mp \frac{E}{4U_B} x^2 & , 0 < x \leq l \\ \mp \frac{E \cdot l}{2U_B} (x - l) & , l < x \end{cases}\tag{2.15}$$

bestimmt werden (die Ablenkrichtung ist durch die Feldrichtung und die Art der Ladung determiniert). Die geradlinige Bewegung hinter dem Kondensator erhält man, indem der Ausdruck für y im Bereich des E -Feldes differenziert und der Ordinatenabschnitt über die Umstellung einer Geradengleichung berechnet wird. Man sieht anhand der Bewegungsleichung die umgekehrte Proportionalität der Auslenkung zu der durch die Beschleunigungsspannung mitgegebenen kinetischen Energie. Die Überlagerung der Geschwindigkeiten in den drei Raumrichtungen ($\dot{z} := 0$) ist in Diagramm 2.4 skizziert.

LORENTZKRAFT 2.2.2

Bereits 1269 publizierte der französische Militäringenieur PIERRE DE MARICOURT (1219–1292) eine Studie zum Verhalten magnetischer Materialien, in welcher er sowohl konstatierte, dass alle Magneten *Dipole* sind und gleiche *Polaritäten* sich abstoßen, während entgegengesetzte sich anziehen.¹

Im Gegensatz zum vorigen Abschnitt und der Definition der Coulombkraft (vgl. (2.4)) kann aufgrund des Nichtvorhandenseins magnetischer *Monopole* das B-Feld nicht analog definiert werden. Daher sei das Magnetfeld **B** als diejenige Kraft, die auf eine bewegte Probeladung wirkt, definiert.²

Betrachtet man Abbildung 2.5 (b), so kann mit Hilfe der *Rechte-Hand-Regel* die Kraftwirkung auf eine durch das Magnetfeld fliegende Ladung bestimmt werden: Handelt es sich um ein negativ geladenes, von links nach rechts fliegendes Teilchen, so beschreibt die waagrecht vor den Körper gehaltene Hand die *technische Stromrichtung*. Werden die Finger nach unten abgelenkt, zeigen sie in Richtung des B-Feldes, während der ausgestreckte Daumen die Krafrichtung angibt. Das hypothetische Teilchen würde demnach in Richtung des Betrachters, d. h. aus der Papirebene heraus abgelenkt. Aus diesen Betrachtungen folgt die

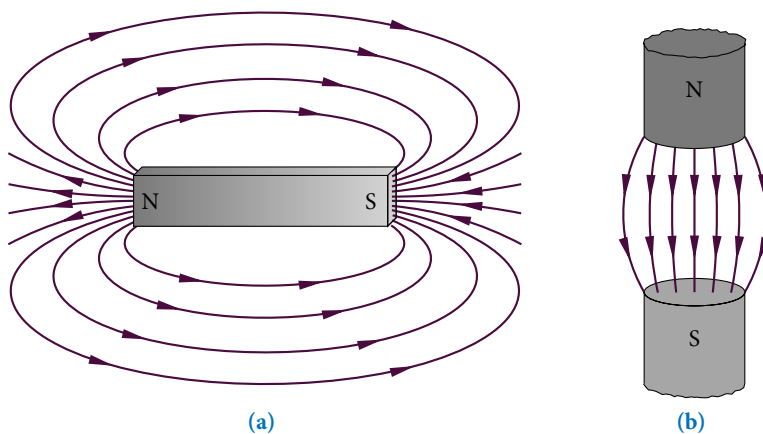


ABBILDUNG 2.5: Die magnetischen Feldlinien laufen per definitionem vom Nord- zum Südpol und sind im Allgemeinen geschlossen, woraus $\text{div } \mathbf{B} = 0$ folgt. (a): Die Feldlinien des Stabmagneten laufen im Inneren des Volumens weiter. (b): Zwischen den großen Polschuhen mit Durchmesser $D \gg d$ (d als Durchmesser des Hufeisenmagneten) herrscht ein näherungsweise homogenes Magnetfeld **B** (eigene Darstellung).

sogenannte *Lorentz-Beschleunigung*

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{q}{m} \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}, \quad (2.16)$$

benannt nach dem niederländischen Naturwissenschaftler HENDRIK ANTOON LORENTZ (1853–1928), der 1902 den Nobelpreis für Physik überreicht erhielt.³ Wird die Gleichung (2.16) mit der Ladungsmasse m multipliziert, erhält man die Krafteinwirkung des Magnetfeldes auf eine Probeladung. Das *Vektorprodukt* $\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}$ kann über die *Determinanten*

Diese Arbeit folgt HALLIDAY, SIMON, TIPLER, GIANCOLI, SCHILLER usw. und benennt die Größe **B** stets als das Magnetfeld oder sein Synonym, die magnetische Feldstärke und nicht mit den veralteten Begriffen magnetische Flussdichte bzw. magnetische Induktivität.

¹ vgl. SCHILLER, 2016a, S. 35–36.

² vgl. HALLIDAY, D., RESNICK, R. und WALKER, J. (2009): Halliday Physik (2., überarbeitete und ergänzte Auflage). Weinheim: WILEY-VCH GmbH & Co. KGaA, S. 836.

³ vgl. SCHILLER, 2016a, S. 45.

einer nach 2×2 entwickelten Matrix folgendermaßen berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B} &= \det \begin{pmatrix} \mathbf{e}_x & \dot{r}_x & B_x \\ \mathbf{e}_y & \dot{r}_y & B_y \\ \mathbf{e}_z & \dot{r}_z & B_z \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \dot{r}_x & B_x \\ \mathbf{e}_y & \dot{r}_y & B_y \\ \mathbf{e}_z & \dot{r}_z & B_z \end{vmatrix} \\
 &= \mathbf{e}_x \begin{vmatrix} \dot{r}_y & B_y \\ \dot{r}_z & B_z \end{vmatrix} + \mathbf{e}_y \begin{vmatrix} \dot{r}_x & B_x \\ \dot{r}_z & B_z \end{vmatrix} + \mathbf{e}_z \begin{vmatrix} \dot{r}_x & B_x \\ \dot{r}_y & B_y \end{vmatrix} \\
 &= \sum_{i,j,k=1}^3 \varepsilon_{ijk} \dot{r}_i B_j \mathbf{e}_k \quad \text{mit} \\
 \varepsilon_{ijk} &= \begin{cases} +1 & , \text{ falls } i,j,k \text{ gerade Permutation von } (1,2,3) , \\ 0 & , \text{ falls } i,j,k \text{ ungerade Permutation von } (1,2,3) , \\ -1 & , \text{ falls } i = j \vee i = k \vee j = k . \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Geometrisch ist das Kreuzprodukt ein Vektor, der orthogonal auf den Faktoren steht (vgl. die Rechte-Hand-Regel mit dem Daumen als Versinnbildlichung des Vektorproduktes). Aus der Definition über die Determinante in (2.17) sieht man auch, dass bei einer linearen Abhängigkeit von $\dot{\mathbf{r}}$ und $\mathbf{B}$ das Kreuzprodukt verschwindet. Somit würde keine Kraft auf die Probeladung wirken, falls Geschwindigkeit und Magnetfeld parallel (antiparallel) zueinander sind. Aus geometrischen Überlegungen folgt auch die Maximierung des Produktes, falls die Vektoren senkrecht aufeinander stehen.¹

¹ vgl. TIPLER, 2010, S. 925.

Fliegt demnach ein Teilchen in der x - y -Ebene durch ein Magnetfeld, welches in z -Richtung wirkt, für einfache Zwecke beispielsweise durch ein *Helmholtz-Spulenpaar* mit Abstand d = Radius r der Ringspulen, so ist es möglich, durch das in Schulen häufig durchgeführte *Fadenstrahlrohr-Experiment* die Masse eines Elektrons zu bestimmen (vgl. Abb. 2.6).²

Überführt man Formel (2.16) in die Kraft-Darstellung, so zeigt sich mit den obigen geometrischen Betrachtungen, der *lex tertia* SIR ISAAC NEWTONS, *actio gleich reactio*, und Auflösen von (2.10) nach $\dot{\mathbf{r}} = v_{\text{Elektron}}$

$$\begin{aligned}
 F_{\text{Lorentz}} &= F_{\text{zentripetal}} \\
 \Leftrightarrow e^- v B_z &= \frac{m_e v^2}{r} \\
 \Leftrightarrow \frac{e^-}{m} &= \frac{2U_B}{B_z^2 r^2} .
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Soll die Bewegung im senkrechten magnetischen Feld untersucht werden, so gilt es zuerst, die Bewegungsgleichungen herzuleiten. Mit Formel (2.12) und der Setzung $\mathbf{B} = (0,0,B_z)^T$ gelangt man über das Kreuzpro-

² vgl. GOMOLETZ, J., GREHN, J., KRAUSE, J., PETERS, G., SCHMIDT, H. K. und SCHWARZE, H. (2007): Metzler Physik (4. Auflage) (J. GREHN und J. KRAUSE, Hrsg.). Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlag Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH, S. 52; 238.

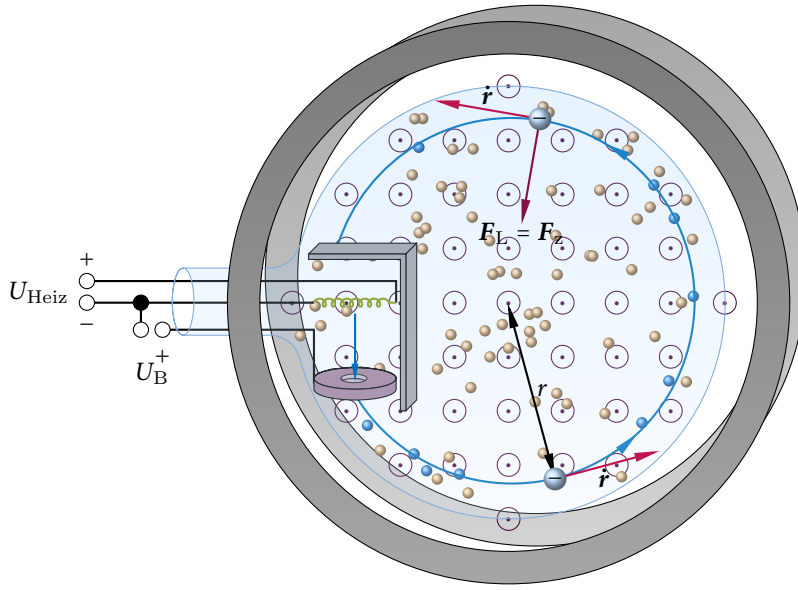


ABBILDUNG 2.6: Das Fadenstrahlrohr-Experiment zur Bestimmung der Elektronenmasse kann als Anschauung für das Verhalten bewegter Ladungen in Magnetfeldern genutzt werden. Eine Elektronenkanone, bestehend aus Glühkathode und Lochanode beschleunigt Elektronen, welche bei eingeschaltetem Helmholtz-Spulenpaar, dessen B-Feld aus der Papierebene herausragt, durch die Bedingung $F_L = F_z$ auf eine Kreisbahn gezwungen werden. Ein Edelgas bei niedrigem Druck (so dass die mittlere freie Weglänge ausreichend groß ist) wird durch Stoßionisation auf der Kreisbahn zum Leuchten gebracht (eigene Darstellung).

dukt zu

$$m\ddot{\mathbf{r}} = q(\dot{y}B\mathbf{e}_x - \dot{x}B\mathbf{e}_y). \quad (2.19)$$

Wie bereits beim E-Feld soll die Bewegung komponentenweise untersucht werden, womit drei *gekoppelte* Differentialgleichungen erhalten werden:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= q\dot{y}B, \\ m\ddot{y} &= -q\dot{x}B, \\ m\ddot{z} &= 0. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Da in z-Richtung keine Kräfte wirken, wird die dritte Zeile in den nachfolgenden Ausführungen ignoriert. Die sogenannte *Entkopplung* von Differentialgleichungssystemen erfolgt mit Hilfe des Integrierens/Differenzierens einer Zeile und dem anschließenden *Einsetzungsverfahrens*:¹

$$\begin{aligned} \int m\ddot{y}dt &= m\dot{y} = -qBx + C \\ \Rightarrow \ddot{x} + \frac{q^2B^2}{m^2}x - \underbrace{\frac{qBC}{m^2}}_{\dot{y}_0} &= 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Wird die Beschleunigungskonstante $\dot{y}_0$ über die Startbedingung $\dot{y}(0) = 0$ eliminiert, so erkennt man mit GREINER, dass es sich um die Differentialgleichung eines harmonischen Oszillators handelt, bei welcher die Kreisfrequenz²

$$\omega = 2\pi f = \frac{qB}{m} \quad \text{ist.} \quad (2.22)$$

¹ vgl. FURLAN, P. (2012): Das gelbe Rechenbuch 3: für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker. Dortmund: Verlag Martina Furlan, S. 89–91.

² vgl. GREINER, W. (2008b): Klassische Mechanik II: Teilchensysteme, Lagrange-Hamiltonsche Dynamik, Nichtlineare Phänomene (8., überarbeitete und erweiterte Auflage). Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch GmbH, S. 345.

Mittels der allgemeinen Lösung für den harmonischen Oszillator,

$$x(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t), \quad (2.23)$$

ergibt sich für $x(0) = 0$

$$x(t) = \frac{\sqrt{\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2}}{\omega} \sin(\omega t) \stackrel{\dot{y}_0=0}{=} \frac{\dot{x}_0 m}{qB} \sin(\omega t). \quad (2.24)$$

Bei erneuter Integration von (2.20) zeigt sich für die y -Koordinate

$$y(t) = \frac{\dot{x}_0 m}{qB} (\cos(\omega t) - 1). \quad (2.25)$$

In Gleichungen (2.24) und (2.25) können die Startbedingungen nach Belieben angepasst werden, indem $\dot{y}_0$ eingesetzt und/oder die Argumente des *Sinus* und *Cosinus* um einen Auftreffwinkel α verschoben werden.

BEGINN DER MASSENSPEKTROMETRIE 2.3

EUGEN GOLDSTEIN (1850–1930) entdeckte 1886 die sogenannten *Kanalstrahlen*, die sich entgegengesetzt zu einem Kathodenstrahl bewegen, konnte sie jedoch nicht als Ionenstrahlen identifizieren, da er seine Veröffentlichung mit den Gedanken, »dass man die Kanalstrahlen für solche Theile [...] hält, die bei undurchbrochener Kathode sich nach vorn ausbreiten müssen [d. h. in Richtung Anode, Anmerkung des Verfassers]«¹.

¹ GOLDSTEIN, E. (1886): *Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften*. (1886), Bd. 691: 691–699, S. 699.

WILHELM WIEN (1864–1928) konnte 1897 durch das Messen des *Ladungs-Masse-Verhältnisses* q/m die Kanalstrahlen als positiv geladene Ionen identifizieren. Ebenfalls 1897 maß JOSEPH J. THOMSON (1856–1940) das q/m -Verhältnis von *Kathodenstrahlen* (Elektronenstrahlen).² Der Versuchsaufbau, mit dem THOMSON dies gelang, ist in Abbildung 2.7 dargestellt und kann als Vorstufe des ersten Massenspektrometers gesehen werden.

² vgl. DEMTRÖDER, W. (2010): *Experimentalphysik III: Atome, Moleküle und Festkörper* (4., überarbeitete Auflage). Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag, S. 31–32.

TIPLER wertschätzt insbesondere die Simplizität THOMSONS Experimentes, wenn er feststellt, dass »lediglich ein Voltmeter, ein Amperemeter und Lineal«³ benötigt wurden, um die *spezifische Ladung* von Elektronen zu bestimmen. Obwohl das Ergebnis von THOMSON nur ca. 40 % des heute anerkannten Wertes betrug ($0,7 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ anstatt $e/m_e = 1,8 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$), ist die Genauigkeit seiner Messungen sehr beeindruckend, da zuvor das *Elektron* nie hatte nachgewiesen werden können und er demnach ein Phantom vermaß.

³ TIPLER, P. A. (2010): *Moderne Physik* (2., verbesserte und aktualisierte Auflage). München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, S. 147.

Für die Entwicklung der Massenspektrometrie kam es ab 1910 zu

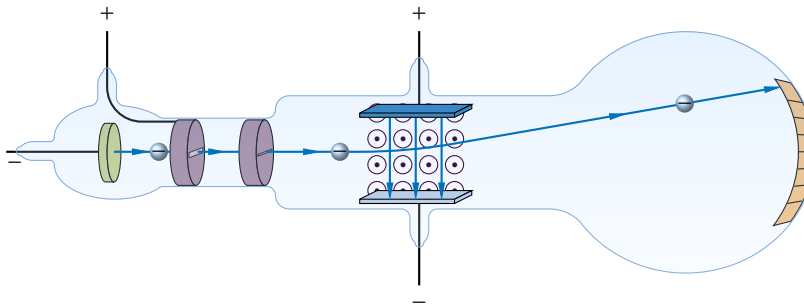


ABBILDUNG 2.7: THOMSON'sche Apparatur zur Messung von q/m aus dem Jahr 1897: Elektronen werden von der Kathode zu den Kollimatoren, deren Linker ebenfalls als Anode fungiert, beschleunigt, um anschließend in dem elektrischen und magnetischen Feld, die senkrecht aufeinander stehen, abgelenkt zu werden. Die Detektion erfolgt mit einer Maßskala am rechten Ende der Vakuumröhre (in Anlehnung an TIPLER, 2010, S. 147).

einer in ihrer Fruchtbarkeit für die Wissenschaft gar nicht hoch genug einzuschätzenden Zusammenarbeit zwischen THOMSON und einem seiner Doktoranden, FRANCIS WILLIAM ASTON (1877–1945). Bereits 1906 hatte THOMSON für seine Entdeckung des Elektrons den Nobelpreis für Physik gewonnen¹ und wurde bei der Entwicklung des sogenannten *Parabelspektrographen* (vgl. Abb. 2.8), mit welchem erstmals zwei *Neon-Isotope* — ^{20}Ne und ^{22}Ne — nach Masse getrennt werden konnten, von ASTON unterstützt (1912), welcher 1922 mit dem Nobelpreis für Chemie ausgezeichnet werden sollte.² Allein anhand der Nobelpreiskategorien lässt sich die Interdisziplinarität der Massenspektrometrie gut verdeutlichen.

¹ vgl. TIPLER, 2010, S. 146.

² vgl. GROSS, 2012, S. 785.

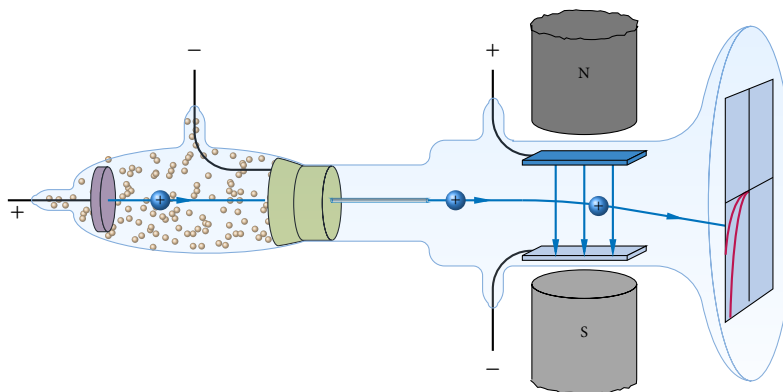


ABBILDUNG 2.8: Parabelspektrograph von THOMSON und ASTON. In der linken Kammer befindet sich Neon bei 10 Pa, rechts herrscht Vakuum. Dem Volumenstromfluss wirkt eine lange, dünne Kapillare an der Kathode entgegen. Die Polschuhe eines Hufeisenmagneten sind mit N und S bezeichnet. Auf einer Photoplatte entstehen parabolische Spuren, die Neon-Isotopen unterscheidbarer Masse zugeordnet werden konnten (eigene Darstellung).

THOMSONS Parabelspektrograph, welcher in Abbildung 2.8 dargestellt wird, beschleunigt mittels einer zwischen *Anode* und *Kathode* angelegten Spannung U_B die positiv geladenen Neon-Ionen in x -Richtung. In einem Bereich von parallel überlagerten elektrischen und magnetischen Felder führt das E-Feld zu einer Ablenkung in y -Richtung, während das B-Feld die Ladungen in z -Richtung ablenkt. Teilchen gleichen q/m -Verhältnisses werden entlang einer Parabel abgelenkt, die eine

eindeutige Zuordnung der spezifischen Ladung ermöglicht.

Aus Intensitätsgründen war es jedoch notwendig, eine Fokussierung der Ionenstrahlen zu erreichen, um auch geringere Probenvolumina zu untersuchen, oder Messungen in kürzerer Zeit durchführen zu können.

Die *Geschwindigkeitsfokussierung*, welche diese Arbeit zusätzlich zu der Aufspaltung nach Masse-Ladungs-Verhältnis umsetzen will, wurde 1919 von ASTON realisiert.¹ Der nächste Abschnitt stellt seinen Versuchsaufbau zusammengefasst dar.

¹ vgl. DEMTRÖDER, 2010, S. 51.

ASTONS MASSENSPEKTROMETER 2.4

Das Massenspektrometer von WILLIAM ASTON dient dieser Arbeit als Vorlage für jedwede Analogiebetrachtungen. Mit seiner Hilfe (und derjenigen, der beiden verbesserten Ausführungen) konnte ASTON die Majorität der natürlich vorkommenden *Isotope* identifizieren. ASTONS Spektrograph nutzt räumlich getrennte, hintereinandergeschaltete elektrische und magnetische Felder.² Das E-Feld ist in y_- -Richtung, das B-Feld in z_- -Richtung orientiert, wodurch die Streuung der beiden Feldern anti-parallel ist (siehe Abb. 2.9). Nach Durchfliegen des elektrischen Feldes der Länge l_1 ist der Ionenstrahl nach Gleichung (2.15) um $y(l_1)$ aus der Startrichtung ausgelenkt, woraus eine Steigung berechnet werden kann, die den Winkel α über den Quotienten von Δy und Δx berechenbar macht:

² die nachfolgende Herleitung ist in weiten Teilen eine Paraphrasierung von DEMTRÖDER, 2010, S. 51–52.

$$\arctan\left(-\frac{El_1}{2U_B}\right) = \arctan\left(-\frac{qEl_1}{m\dot{x}^2}\right) = \alpha \quad (2.26)$$

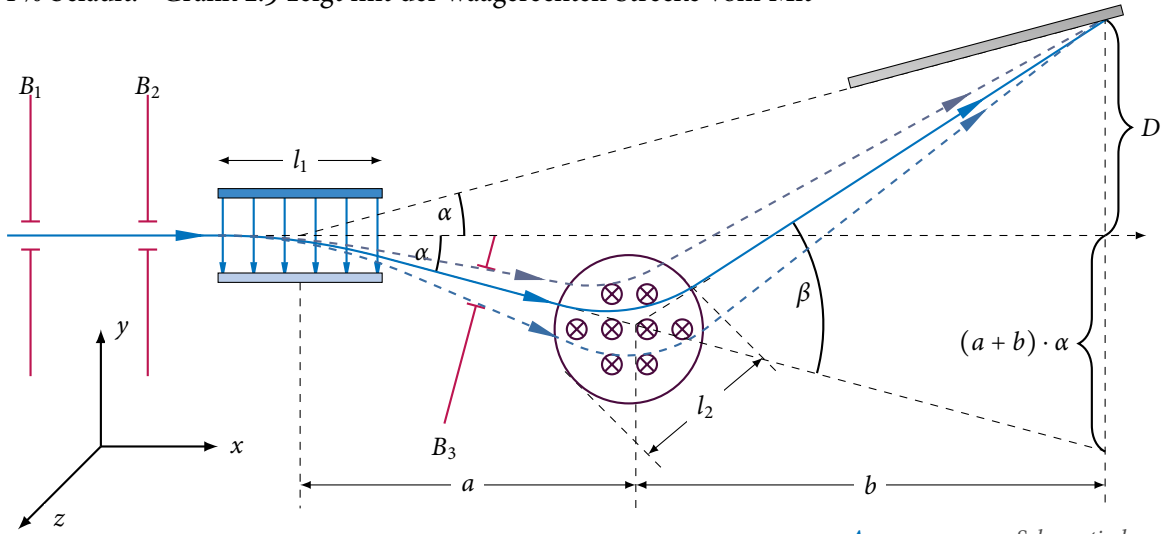
Im Magnetfeld kann analog

$$\arctan\left(\frac{qBl_2}{m\dot{x}}\right) = \beta \quad (2.27)$$

gezeigt werden. Durch diese leicht abweichenden, jedoch eleganteren Ausdrücke der Ablenkungen (vgl. Formeln (2.15) und (2.25)) sieht man eine umgekehrte Proportionalität der Ablenkung eines Teilchens zu seiner kinetischen Energie durch die Coulombkraft und gleichsam die umgekehrte Proportionalität zum Impuls durch die Lorentzkraft.

Bei Berücksichtigung der Reihenentwicklung des *Tangens* kann für sehr kleine Ablenkwinkel ($\alpha \ll 10^{-1}$ rad) die Näherung $\tan \alpha \approx \alpha$ verwendet werden, wobei der relative Fehler sich bis $\alpha = \pi/18$ auf unter

1 % beläuft. Grafik 2.9 zeigt mit der waagerechten Strecke vom Mit-



telpunkt des Plattenkondensators bis zum Detektor, $(a + b)$, und der x -Entfernung des hälftigen Bogenmaßes über dem Magnetfeld bis zum Detektor, b , somit die Relation

$$D = b \tan(\beta) - (a + b) \tan(\alpha) \approx b\beta - (a + b)\alpha. \quad (2.28)$$

Die Abweichungsstreuung dD muss sehr klein gegenüber der Geschwindigkeitsdifferenz der Ionen sein, um von einer Geschwindigkeitsfokussierung sprechen zu können. In der Skizze sind sowohl schnellere Ionen (geringere Ablenkung im E-Feld) als auch langsamere Ionen (größere Streuung) angedeutet. Es wird demnach eine *Fokusbedingung* gesucht. Diese ist mit der Lösung der Gleichung

$$\frac{dD}{d\dot{x}} = 0 \quad (2.29)$$

und den Winkeländerungen in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{d\dot{x}} &= -\frac{2\alpha}{\dot{x}} \\ \frac{d\beta}{d\dot{x}} &= -\frac{\beta}{\dot{x}}, \end{aligned} \quad (2.30)$$

gegeben als

$$\begin{aligned} b \frac{d\beta}{d\dot{x}} - (a + b) \frac{d\alpha}{d\dot{x}} &= 0 \\ \Rightarrow \frac{2(a + b)\alpha}{\dot{x}} &= \frac{b\beta}{\dot{x}} \\ \Rightarrow D &= (a + b)\alpha. \end{aligned} \quad (2.31)$$

ABBILDUNG 2.9: Schematische Darstellung des Massenspektrographen von ASTON. Um alle auftretenden Größen adäquat beschreiben zu können, wird auf eine isometrische Darstellung verzichtet. Positiv geladene Ionen werden beschleunigt und durch jeweils eine Blende in x - und y -Richtung so abgeblendet, dass die Geschwindigkeit $\dot{r}$ mit $\dot{x}$ genähert werden kann. Durch ein elektrisches Feld erfolgt eine Ablenkung in negative y -Richtung um den Winkel α , bevor ein magnetisches Feld, welches in die Darstellungsebene hineinragt, den Ionenstrahl um den Winkel β positiv in Richtung einer Photoplatte beugt. Schnellere Ionen werden im E-Feld geringer, langsamere stärker abgelenkt, wobei es zu einer Streubreite Δs kommt (nach DEMTRÖDER, 2010, S. 52).

Somit ist die benötigte Detektorgeometrie, für die man eine Geschwindigkeitsfokussierung erreicht, nur abhängig von dem Ablenkwinkel α im elektrischen Feld. Die Photoplatte muss demnach um einen geeigneten Winkel gegenüber der x -Achse gedreht werden, mit welchem die Blendengröße und -position für B_3 aus der zu detektierenden mittleren Geschwindigkeit $\bar{x}$ hergeleitet werden müssen.

Die Versuchsentwicklung erfolgt unter fachdidaktischen Überlegungen zur didaktischen Analyse, der individuellen Wissenskonstruktion, der Festlegung eines Handlungsmusters zur Analogiebildung und den zu erreichenden Zieldimensionen.

WISSENSKONSTRUKTION 3.1

Nach CHRISTOPH LUMER kann *Kognitivismus* als die These verstanden werden, dass nicht jede Problemstellung durch allgemeingültiges, lehrbares Wissen gelöst werden kann. Damit sollte es eigentlich *Nonkognitivismus* heißen.¹ Auf den Physikunterricht übertragen bedeutet dies, dass selbst bei perfektem (auswendiggelerntem) Wissen das Grundgerüst nicht vollends erschlossen sein muss. Eine wichtige Determinante der Kompetenz *Fachwissen*, beziehungsweise der Fähigkeit, dieses anwenden zu können, ist die Verknüpfung mit Vorwissen und damit die Einbettung in eigene Wissensstrukturen

¹ vgl. LUMER, C. (1999): *Kognitivismus/Nonkognitivismus*. Enzyklopädie Philosophie, Bd (1999), Bd. 1: 695–699, S. 695.

Aus dieser Warte betrachtet hat der Kognitivismus viele Gemeinsamkeiten mit dem *Konstruktivismus*, der postuliert, dass Lernen ausnahmslos ein selbstgesteuerter Prozess ist. Es ist nach dessen Auffassung nicht möglich, Wissen zu übertragen. Lediglich ein Vokabelwissen kann antrainiert werden, jedoch nicht das problemlösende, heuristische Denken.

Wie DUBS es formuliert, »bedarf es einer Interaktion zwischen dem Lerngegenstand und der lernenden Person«,² was impliziert, dass der *Nürnberger Trichter* bei der Wissensvermittlung wirkungslos ist. Es ist jedoch augenscheinlich, dass insbesondere in den sehr weit erforschten Gebieten der Naturwissenschaften nicht immer eine persönliche Interaktion mit dem zu erforschenden Gegenstand bzw. Begriff möglich ist. Fernerhin müsste der Lerner eine stark überdurchschnittliche Intelligenz mitbringen, um im Chemie- oder Physikunterricht mit ausschließlich konstruktivistischen Lehrmethoden einen gehobenen Wissensstandard zu erreichen.

² DUBS, 2009, S. 29.

Die Brücke zwischen Anspruch und Realität kann zumindest durch Experimentieren, reichhaltigen Medieneinsatz und Gedankenexperimente teilweise geschlagen werden. Hierzu bedarf es allerdings auch einer genauen Auseinandersetzung mit dem Vorwissen der Lernenden,

da — um es mit dem Konstruktivismus zu erklären — Alltagserfahrungen, d. h. selbst Gefühltes oder Gesehenes zu gutem Behalten führen. Wenn demnach ein Schüler bereits eine Erklärung für ein Phänomen zur Hand hat, welche seiner Ansicht nach zufriedenstellend ist, so wird ein Umdenken und somit das Lernen der fachlich korrekten Zusammenhänge von vornherein erschwert oder sogar unmöglich gemacht. »Der Unterricht muss also an die Vorstellungen der Schüler anknüpfen und ihre Eigenaktivitäten fördern.«¹

Aus diesen Gründen sind Analogexperimente so wichtig für das physikalische Studium und den Unterricht in der Schule: Mittels der Verbindung von Primär- und Sekundärbereich im Zusammenspiel mit eigenem Handeln fällt es sowohl leichter, Alltagsvorstellung zu überkommen, als auch das heuristische Denken zu trainieren. Überdies sind Analogien Bestandteil eines weiteren wirkungsmächtigen Zweig der Didaktik, der *didaktischen Reduktion* nach WOLFGANG KLAFKI (*1927).

¹ KIRCHER, E., GIRWIDZ, R. und HÄUSSLER, P. (2015): Physikdidaktik: Theorie und Praxis (3. Auflage). Berlin und Heidelberg: Springer Spektrum, S. 658.

DIDAKTISCHE ANALYSE 3.2

Die Begriffe *Elementarisierung* und *didaktische Rekonstruktion* gehen auf KLAFFKIS *didaktische Analyse* mit ihren vier Leitfragen zurück:

- *Welchen allgemeinen Sinn* hat der Themenbereich? Hierbei sind manifolde Differenzierungen möglich — beispielsweise die gesellschaftliche Relevanz oder die Reflexion über das Thema — womit »der Gehalt eines Themas nicht eindeutig und nicht endgültig festgelegt ist.«² Diese Zieldimension läuft auf einen stark interdisziplinären Unterricht hinaus, der als Lehrmittel bevorzugt exemplarisches Lernen einsetzt, wodurch sie in dieser Arbeit die am stärksten gewichtete Leitfrage sein wird.
- *Welche Gegenwartsbedeutung* hat der Unterrichtsgegenstand für die Lerner? Um diese Frage beantworten zu können, bedarf es einer umfangreichen Lerngruppenanalyse, da außerschulische Faktoren — insbesondere der *soziokulturelle Hintergrund* — stets eine Determinante für Lernerfolg sind. Werden die Lerner *da abgeholt, wo sie stehen*, kann ein motivierender Einstieg gelingen. Bei der Massenspektrometrie wären beispielsweise die Lebensmittelanalyse oder — besonders aktuell — Dopingproben sinnstiftende Kontexte.³
- Ähnlich wie der diejenige nach dem Gegenwartsbezug ist die Frage, *welche Zukunftsbedeutung* ein Thema hat. Gelernt werden soll damit nicht für die Schule, sondern für die Zukunft. Damit stehen auch die neuen *Kulturtechniken* wie zum Beispiel das Verstehen und Erstellen von Diagrammen oder Nutzung von Messgeräten im Vordergrund.⁴
- Die vierte und letzte Frage ist diejenige nach dem *Was*: Welche innere Struktur verfolgt der Unterrichtsgegenstand, wie kann er in die

² KIRCHER u. a., 2015, S. 78.

³ MUCKENFUSS, H. (1995): Lernen im sinnstiftenden Kontext: Entwurf einer zeitgemässen Didaktik des Physikunterrichts. Berlin: Cornelsen.

⁴ vgl. KIRCHER u. a., 2015, S. 79.

Begriffswelt der Physik eingeordnet werden, welches Fachwissen muss vermittelt werden, um das Thema zu erschließen?

Ausgehend von der didaktischen Analyse wird die Materie so in Glieder unterteilt, dass ALLE SCHÜLER diese *in möglichst kurzer Zeit gut und auf humane Weise* erfassen können.¹ An die Elementarisierung schließt ein Zusammensetzen der erarbeiteten *Erklärungsglieder* an, wobei diese *fachgerecht, schülergerecht* und *zielgerecht* zu einem Ganzen verknüpft werden sollen. Dies kann auf mehrere Arten erreicht werden, wobei für die Entwicklung eines Analogieversuches das *gegenständliche Modell* in Kombination mit einer *Analogiebildung* die zentralen sind.

¹ vgl. KIRCHER u. a., 2015, S. 108–137.

Schritt	Handlungsanweisungen
1.:	Der Primärbereich (O, M, E) in einer allgemeinen, auf das Vorwissen der Studierenden bezogenen Weise einführen.
2.:	Hinweise auf analoge, den Lernenden bekannte Lernbereiche (O^*, M^*, E^*) geben.
3.:	Isomorphismen von Primär- und Sekundärbereich herausfinden.
4.:	Liste über begriffliche und objektale Entsprechungen von (O, M, E) in (O^*, M^*, E^*) anfertigen.
5.:	Hypothesenbildung zum Sekundärbereich, die experimentell überprüft werden sollen.
6.:	Eine Übertragung der Erkenntnisse auf den Primärbereich und das Überprüfen der Gesetze in (O, M, E) sind in jedem Fall erforderlich.
7.:	Wo sind die Grenzen der Analogie, wo scheitert sie?

TABELLE 3.1: Dargestellt ist das methodische Muster der Analogiebildung. (O, M, E) beschreiben Objekte, Modelle und Experimente des Lernbereiches, (O^*, M^*, E^*) diejenigen des Analogiemodells. Der achte Schritt als metatheoretische Reflexion über Analogien ist nicht angegeben, da er für einen Praktikumsversuch im Studium nicht relevant ist (nach KIRCHER u. a., 2015, S. 130).

Der Einsatz von Analogien lohnt genau dann, wenn der *Trikolon* des oben genannten *Gerechtwerdens* erfüllt wird.² Faktoren, die einem Verstehen des primären Lernbereichs entgegenwirken können, sind unter anderem ein *Akzeptanzproblem* bei geringer Ähnlichkeit der Analogie mit dem eigentlichen Lerngegenstand, *irrelevante Merkmale* des Analogbereichs, die von den Lernenden einfach hingenommen werden müssen, und damit auch ein Hinterfragen der im Sekundärbereich aufgestellten *Hypothese*. Um die Übertragbarkeit zwischen primärem und sekundärem Bereich zu befördern, folgt die Analogiebildung in Kapitel 4 dem methodischen Muster, das von KIRCHER et al. erarbeitet wurde und in Tabelle 3.1 wiedergegeben ist. Es erfolgt dabei für die Objekte O , Modelle M und Experimente E die Setzung, dass die Lernbereiche, die mit Asterisk dargestellt werden, denjenigen des Analogiebereiches entsprechen.

² vgl. KIRCHER u. a., 2015, S. 125.

Bei einem Analogversuch zur Massenspektrometrie ist die experi-

mentelle Überprüfung von *Schritt 6* nur in den Unterbereichen möglich (vgl. z. B. das Fadenstrahlrohr, Kapitel 2). Zudem werden die Schritte 3 und 4 nicht durch die Studenten ausgeführt, was die Wirksamkeit der Analogie weiter abschwächt.

ZIELDIMENSIONEN 3.3

Es gilt für einen universitären Analogieversuch — wie auch in der Schule — der Grundsatz *keine Aufgabe ohne Ziele*. Daher umreißt dieser Abschnitt den dreidimensionalen *Lernzielraum*, welcher in Abbildung 3.1 zu sehen ist. Es erfolgt eine Unterteilung in vier *Zieldimensionen*,

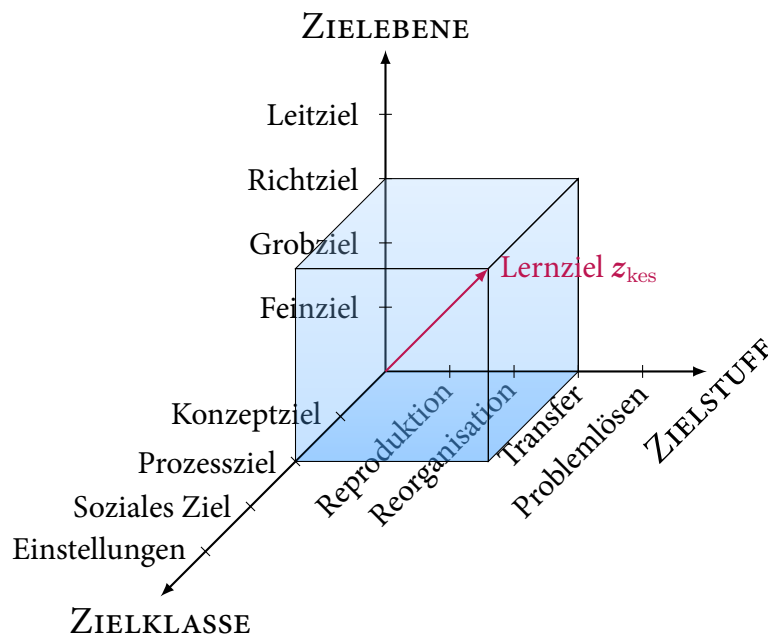


ABBILDUNG 3.1: Darstellung des dreidimensionalen Lernzielraumes. Als Beispiel wird das Richtziel 'Verständnis der Massenspektrometrie' dargestellt, was Grobziele und Feinziele der Zielebene, Konzept- und Prozessziele als Zielklasse und die Reproduktion, Reorganisation und den Transfer, d. h. die dritte Zielstufe mit einschließt. Es ist nicht zwingend erforderlich, dass das gesamte Volumen unter dem Lernziel z_{kes} mitgedacht wird. Es gibt vor allem in der Teilchenphysik der Oberstufe Ziele, die nur Einstellungen und den Transfer als Leitziele verfolgen (nach KIRCHER u. a., 2015, S. 89).

deren Stufen nicht immer streng hierarchisch zu sehen sind:

- Die *Zielebenen* nach WESTPHALEN (1979) besitzen noch immer eine Relevanz für die Lehrerbildung¹. Sie werden unterteilt in *Leitziele*, *Richtziele*, *Grobziele* und *Feinziele*, die KIRCHER folgendermaßen zusammenfasst:

*Ein Leitziel kann als Motto über dem Eingang eines Schulhauses angebracht werden. Ein Richtziel kann über der Tür zum Physikraum stehen. Ein Grobziel kann als Stundenthema an die Tafel geschrieben werden. Feinziele sind im Physikheft als Merksätze [...].*²

¹ vgl. KIRCHER u. a., 2015, S. 84.

² KIRCHER u. a., 2015, S. 87.

- Zielklassen* sind diejenige Zieldimension, welche in den vier Kompe-

tenzbereichen aus dem *Kernlehrplan Physik (G8) Nordrhein-Westfalens* eine Entsprechung findet.

Hierbei sind *Konzeptziele* die *kognitiven* Ziele wie unter anderem *das Wissen über* physikalische Phänomene, Begriffe, Prinzipien und Fakten. Die *Prozessziele* umfassen sämtliche Fertigkeiten im Bereich der *Untersuchungsmethoden*. KLOPPER (1971) differenziert hierbei fünf *Anforderungsbereiche*¹, die streng hierarchisch sind. Der unterste Anforderungsbereich ist beispielsweise das *Messen* oder *Beobachten*, der höchste umschreibt die Fähigkeit zur *methodologischen Reflexion*.

Soziale Ziele verfolgen *Kommunikations-* und *Kooperationsbereitschaft* u. v. m.: Sie sind demnach die *soft skills*, welche immer wieder im Kontext der Anforderungen des modernen Arbeitsmarktes genannt werden.

Bei den *Zielen über Einstellungen und Werte* wird ein verantwortungsvoller Umgang mit Mitmenschen, der Natur und Technik angestrebt.

- Die *Zielstufen* entsprechen den Anforderungsbereichen des Kernlehrplans, wobei nach *Reproduktion* und *Anwendung* der dritte Bereich noch einmal in *Transfer* und *Problemlösung* unterteilt ist.

Diese Hausarbeit wird KIRCHERS Vorgaben nicht vollständig folgen, da z. B. eine Differenzierung zwischen *Problemlösen* und *Transfer* zu weit ginge. Eine Übertragung von Gelerntem auf ein neues *Problem* denkt stets auch die Problemlösung mit, da der Transfer andernfalls ohnehin nicht notwendig wäre.

Ebenfalls werden soziale Ziele und Einstellungen eher als eine einzige Zielklasse gesehen, da das Leitmotiv des *mündigen Bürgers* ein Sammelbegriff dieser Beiden ist (entspricht der *Bewertung* im Kernlehrplan), jedoch als vierte Zielklasse die *kommunikativen Kompetenzen*, wie Diagrammerstellung, deren Interpretation, Präsentationsstärke und das Nachvollziehen selbiger, ergänzt. Damit sind die Zieldimensionen und -bereiche darstellbar mit Tabelle 3.2.

¹ vgl. KIRCHER u. a., 2015, S. 90.

Dim.	Niveau
EBENE	Feinziel
	Grobziel
	Richtziel
	Leitziel
STUFE	Reproduktion
	Reorganisation
	Problemlösen
KLASSE	Konzeptziel
	Prozessziel
	Komm.
	Bewertung

TABELLE 3.2: Darstellung der Zieldimensionen und -stufen, wie sie für den Analogieversuch verwendet werden (in Anlehnung an KIRCHER u. a., 2015, S. 76–92).

ANALOGIEBETRACHTUNGEN

4

Auf Grundlage der bereits erarbeiteten Annahmen werden Entsprechungen zum primären Lernbereich in einem sekundären Analogbereich benannt, die objekta! umgesetzt und begrifflich-mathematisch mit dem Primärbereich verknüpft werden.

KRAFTFELDER DER ANALOGIE 4.1

Zur erleichterten Nachvollziehbarkeit der anschließenden Betrachtungen werden zuvorderst die — für diese Arbeit — wichtigsten Eigenschaften von *Gravitationsfeldern* und *Strömungsfeldern* umrissen.

GRAVITATIONS-KRAFT 4.1.1

Nachdem JOHANNES KEPLER (1571–1630), ein protestantischer Theologe, zwischen 1609 und 1619 seine drei Bewegungsgesetze zur Beschreibung *idealisierter Himmelskörper* publiziert hatte, gelang es dem britischen Physiker ROBERT HOOKE (1635–1703) im Jahr 1684, diese Bewegungen in einen Zusammenhang mit der Masse eines Körpers zu bringen.¹ Die Beschleunigung der jeweils angezogenen Masse m_2 beträgt

$$\ddot{r} = G \frac{m_1}{r^2} \quad \text{mit } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \quad (4.1)$$

mit dem *Schwerpunkt-Schwerpunkts-Abstand* $|r|$ und der *Gravitationskonstanten* G . Durch Einsetzen der Erdmasse und des Erdradius gelangt man zu der *Erdbeschleunigung* von $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Die *Lageenergie* eines Körpers in einer Höhe h über der Erdoberfläche ist damit

$$E_{\text{pot}} = mgh. \quad (4.2)$$

Wird eine schiefe Ebene gemäß Abbildung 4.1 betrachtet, so ergeben sich mit der nur in x -Richtung wirkenden *Haftreibungskraft* F_{HR} , dem Ebenenwinkel α , dem Betrag der Gravitationskraft F_G und dem Drehimpuls L folgende Bedingungen für x , y und die *Drehimpulsbilanz*:²

¹ vgl. SCHILLER, C. (2016b): Motion Mountain: The Adventure of Physics Volume I (28. Auflage). München: Christoph Schiller, S 165–166.

² vgl. GREINER, W. (2008a): Klassische Mechanik I: Kinematik und Dynamik der Punktteilchen, Relativität (8., überarbeitete und erweiterte Auflage). Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch GmbH, S. 135, 169–170.

$$\begin{aligned}
D : F_{\text{HR}} r &= \dot{L} \\
x : F_G \sin(\alpha) - F_{\text{HR}} &= m\dot{x} \\
y : F_G \cos(\alpha) - \underbrace{F_{G_y}}_{F_N} &= 0
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Der Drehimpuls ist das Kreuzprodukt der Winkelgeschwindigkeit ω

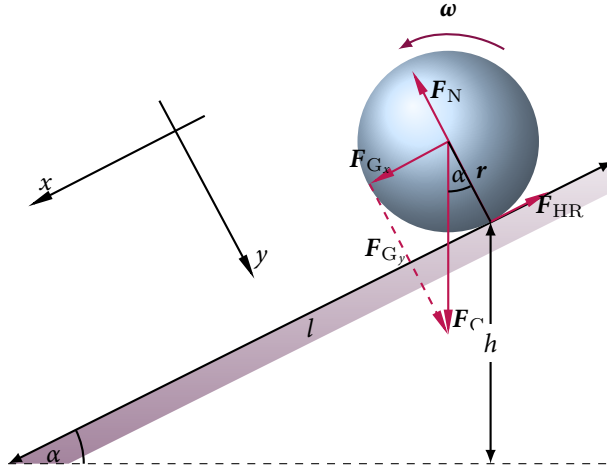


ABBILDUNG 4.1: Eine Kugel rollt eine schiefe Ebene herab. Das Koordinatensystem ist um den Winkel $\alpha + 180^\circ$ gedreht, um die Bewegungsgleichungen zu simplifizieren. Sofern die Haftreibung F_{HR} betragsmäßig geringer als die Hangabtriebskraft F_{G_x} ist, gleitet die Kugel die schiefe Ebene herunter. Ein Rollen und damit eine Winkelgeschwindigkeit ω treten auf, wenn die Rollbedingung $\dot{x} = \omega r$ erfüllt ist. Die Reaktionskräfte sind zum besseren Überblick nicht eingezeichnet (eigene Darstellung).

mit dem Trägheitsmoment J , welches sich für eine Vollkugel mit der Mittelachse a und dem Radius r zu

$$\begin{aligned}
J &= \rho \int a^2 dV = \rho \int_{l=0}^r \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} l^4 \sin^3(\theta) dl d\theta d\phi \\
&= \frac{2}{5} r^2 \underbrace{\rho \frac{4}{3} \pi r^3}_{=\rho V=m} = \frac{2}{5} m r^2
\end{aligned} \tag{4.4}$$

berechnet. Analog kann über eine dünne Kugelschale integriert werden, um zu zeigen, dass sich bei einer Hohlkugel der Trägheitsmoment $J = \frac{2}{3} m r^2$ ergibt. Überdies muss die Rollbedingung $L = J\omega$ erfüllt sein. Setzt man nun J in die erste Zeile von (4.3) ein und löst diese nach F_{HR} auf, so kann die Haftreibung in der zweiten Zeile eingesetzt werden, um nach elementarer Umformung die Bewegungsgleichung

$$\frac{5}{7} g \sin(\alpha) = \ddot{x} \tag{4.5}$$

aufzustellen. Mit Hilfe der Beschleunigung ergibt sich die Haftreibung zu

$$\frac{2}{7} m g \sin(\alpha) = F_{\text{HR}}, \tag{4.6}$$

was unmittelbar zu der x -Position in Abhängigkeit von der Zeit führt:

$$x(t) = \frac{5}{14} g \sin(\alpha) t^2 \quad (4.7)$$

In obenstehender Gleichung wird die Rollstrecke in Abhängigkeit der mittleren Geschwindigkeit, die auf einer schiefen Ebene bei einer Startgeschwindigkeit von 0 m/s nach t Sekunden $\dot{x}t/2$ ist, ausgedrückt.

STRÖMUNGSWIDERSTANDSKRAFT 4.1.2

Der Beschreibung des Strömungsverhaltens von Fluiden haben sich viele Wissenschaftler zwischen dem 17. und 19. Jahrhundert gewidmet. SIR ISAAC NEWTON mathematisierte beispielsweise die *innere Reibung* der nach ihm benannten *Newton'schen Flüssigkeiten* mit einem Gedankenexperiment:¹

Eine zwischen zwei Platten eingeschlossene Flüssigkeit, die mit den Wänden über eine Kontaktfläche A in Berührung steht, wird durch die *Adhäsionskraft* über das Verschieben der oberen Platte mit einer Geschwindigkeit $\dot{x}_0$ mitgezogen. Benachbarte Flüssigkeitsschichten in einem Abstand Δh werden über die *Viskosität* des zu untersuchenden Fluids ebenfalls in eine Bewegung mit Geschwindigkeit $\dot{x}_1$ versetzt. Somit kann die innere Reibungskraft des Gases bzw. der Flüssigkeit mittels

$$F_R = \eta A \frac{d\dot{x}}{dh} \quad (4.8)$$

beschrieben werden. Die *dynamische Viskosität* η wird in der Einheit Pa s ausgedrückt und ist temperaturabhängig. Sie beträgt beispielsweise bei 20 °C für Luft 18,2 Pa s.

Großen Wert hat das Reibungsgesetz für den laminaren *Volumenstrom* eines Fluides durch ein Rohr mit Radius r und Länge l , dessen Verhalten von HAGEN und POISEUILLE mittels dem Druckgefälle $\Delta\tau$ als

$$I = \frac{V}{t} = \frac{\pi r^4 \Delta\tau}{8\eta l} \quad (4.9)$$

modelliert wurde. Diese *biquadratische* Abhängigkeit vom Rohrradius führt dazu, dass dünne Kapillargefäße bei geringen Druckunterschieden zwischen zwei Volumina nahezu keinen Volumenstrom zulassen, was unter anderem beim *Parabelspektrographen* von THOMSON Anwendung findet (vgl. Abschnitt 2.3 und Abbildung 2.8).

Durch die Definition einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit und gleichsetzen von (4.8) und (4.9) gelangt man zu der Reibungskraft einer Rohrströmung, welche von SIR GEORGE GABRIEL STOKES (1819–1903)

¹ vgl. für die folgenden Ausführungen STROPPE, H. (2008): Physik: für Studierende der Natur- und Ingenieurwissenschaften (14., aktualisierte Auflage). München: Fachbuchverlag im Carl Hanser Verlag, S. 128–132.

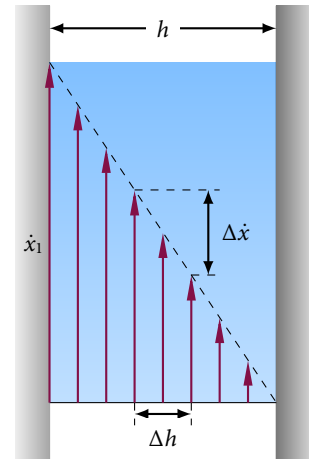


ABBILDUNG 4.2: Herleitung des NEWTON'schen Reibungsgesetzes: Eine Flüssigkeit ist zwischen zwei Platten eingebettet. Die linke Platte bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\dot{x}_1$ und zieht durch die Adhäsionskraft die Flüssigkeit an der Grenzfläche mit, die wiederum benachbarte Flüssigkeitsschichten mit verringerter Geschwindigkeit $\dot{x}_2$ in Bewegung versetzt (nach STROPPE, 2008, S. 128).

auf die Umströmung einer Kugel vom Radius r in das *Stokes'sche Reibungsgesetz* übertragen wurde:

$$F_R = 6\pi\eta r\dot{x} \quad (4.10)$$

Die beschriebenen Gesetzmäßigkeiten gelten gleichwohl nur für ideale, *inkompressible* Fluide. Möchte man den *Strömungswiderstand* für reale Gase in eine Formel betten, so erhält man mit dem *Staudruck* $\tau = \rho\dot{x}^2/2$, dem *Widerstandsbeiwert* c_W , sowie der *Projektionsfläche* des umströmten Körpers

$$F_W = c_W A_{\text{proj}} \frac{\rho\dot{x}^2}{2}. \quad (4.11)$$

Der Widerstandsbeiwert ist bei kompressiblen Fluiden sowohl von der *Reynolds-Zahl* (benannt nach OSBORNE REYNOLDS (1842–1912))

$$Re = \frac{\rho l \dot{x}}{\eta} \quad (4.12)$$

als auch wiederholt von der *Anströmgeschwindigkeit* $\dot{x}$ abhängig. Nach STROPPE darf Luft bis zu einer ungefähren Geschwindigkeit von $\dot{x} = 240 \text{ m/s}$ als nicht zusammenpressbar genähert werden¹, weswegen die Betrachtung der *Mach-Zahl*, d. h. des Quotienten von Anströmungsgeschwindigkeit und *Schallgeschwindigkeit* für die weiteren Betrachtungen keine weitere Berücksichtigung findet.

Der *Strömungswiderstandskoeffizient* wird zumeist über direkte Messungen von Geschwindigkeit und Widerstandskraft ermittelt. Eine sehr umfangreiche Meta-Analyse von einigen hundert Versuchsreihen führten CLIFT, GRACE und WEBER zu einer abschnittsweise definierten Modellierung des Widerstandsbeiwertes einer Kugel in Relation zu der Reynolds-Zahl Re (vgl. Tabelle 4.1).²

¹ vgl. STROPPE, 2008, S. 131.

² siehe CLIFT, R., GRACE, J. und WEBER, M. (2013): Bubbles, Drops, and Particles. Dover Civil and Mechanical Engineering. Mineola, New York: Dover Publications, S. 112.

Intervall	$c_W(Re)$ [ohne Einheit]
$I_0: Re < 0,01$	$\frac{3}{16} + \frac{24}{Re}$
$I_1: 0,01 < Re \leq 20$	$\frac{24}{Re} \left(1 + 0,1315 Re^{0,82-0,05 \log_{10}(Re)}\right)$
$I_2: 20 < Re \leq 260$	$\frac{24}{Re} \left(1 + 0,1935 Re^{0,6305}\right)$
$I_3: 260 < Re \leq 1500$	$10^{0,0294 \ln^2(Re) - 0,4882 \ln(Re) + 1,6435}$
$I_4: 1,5 \cdot 10^3 < Re \leq 1,2 \cdot 10^4$	$10^{0,0086 \ln^3(Re) - 0,1753 \ln^2(Re) + 1,1000 \ln(Re) - 2,4571}$
$I_5: 1,2 \cdot 10^4 < Re \leq 4,4 \cdot 10^4$	$10^{-0,0120 \ln^2(Re) + 0,2766 \ln(Re) - 1,918}$
$I_6: 4,4 \cdot 10^4 < Re \leq 3,4 \cdot 10^5$	$10^{-0,0292 \ln^2(Re) + 0,6866 \ln(Re) - 4,3390}$
$I_7: 3,4 \cdot 10^5 < Re \leq 4,0 \cdot 10^5$	$29,78 - 5,3 \log_{10}(Re)$
$I_8: 4 \cdot 10^5 < Re \leq 10^6$	$0,1 \log_{10}(Re) - 0,49$
$I_9: 10^6 < Re$	$0,19 - 8 \cdot 10^6 \frac{1}{Re}$

TABELLE 4.1: Abschnittsweise definierte Funktion für die Widerstandsbeiwerte einer homogenen Vollkugel in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl nach CLIFT u. a., 2013, S. 112. Die Autoren sprechen allerdings nur von Empfehlungen.

BEISPIELE FÜR ANALOGVERSUCHE 4.2

Aus den verschiedenen Herangehensweisen, einen Analogieversuch zur Massenspektrometrie zu erstellen, wählt diese Arbeit zwei möglichst unterschiedliche Modellversuche als Exempel aus. Hierbei fungiert einmal eine Magnetanordnung, das andere mal ein Gebläse als Analysator.

MAGNETE 4.2.1

Die Literaturgrundlage der Staatsexamensarbeiten von BÖHMER und MAIS ist ein Artikel von BÜHLER und GRAF aus der Zeitschrift *Praxis der Naturwissenschaften* zu einem von ihnen weiterentwickelten Modellversuch zur Massenspektrometrie.

Das Experiment stellt eine Weiterentwicklung eines bereits 1970 von der NUFFIELD FOUNDATION publizierten Versuchs dar,¹ bei welchem Kugellager-Kugeln eines Durchmessers zwischen 11 mm und 4 mm eine Glasröhre hinunterrollen und von einem Hufeisenmagneten in viertelkreisförmig angeordnete Auffangbehälter abgelenkt werden. (vgl. Abb. 4.3).

BÜHLER/GRAF, die bereits im zweiten Satz ihres Artikels J. J. THOMSON mit dessen Sohn verwechseln,² befüllen Tischtennisbälle mit Eisenwolle und Nylonwatte, um unterscheidbare Massen-Ladungs-Verhältnisse nachzuahmen. Der leere Tischtennisball wird durch die Magnetanordnung nicht aus seiner Startrichtung ausgelenkt, der Ball mit 3 g Eisenwollfüllung wird am Stärksten abgelenkt und der Ball mit jeweils 3 g Eisenwolle- und Nylonwattefüllung wird leicht abgelenkt (vgl. Abbildung 4.4). Sie umreißen ihren Versuch unter anderem mit den Adjektiven *anschaulich*, *objektiv* und *begreifbar*.

¹ vgl. THE NUFFIELD FOUNDATION. (1970): Chemistry. Teacher's Guide II: Topics 13 to 19. Middlesex, England: Penguin Books Ltd., S. 262–264.

² vgl. BÜHLER, A. und GRAF, E. (2002): Funktionsprinzip eines Massenspektrometers: Modellversuch zur Veranschaulichung. Praxis der Naturwissenschaften - Chemie in der Schule (2002), Bd. 6([51]): 33–36, S. 33.

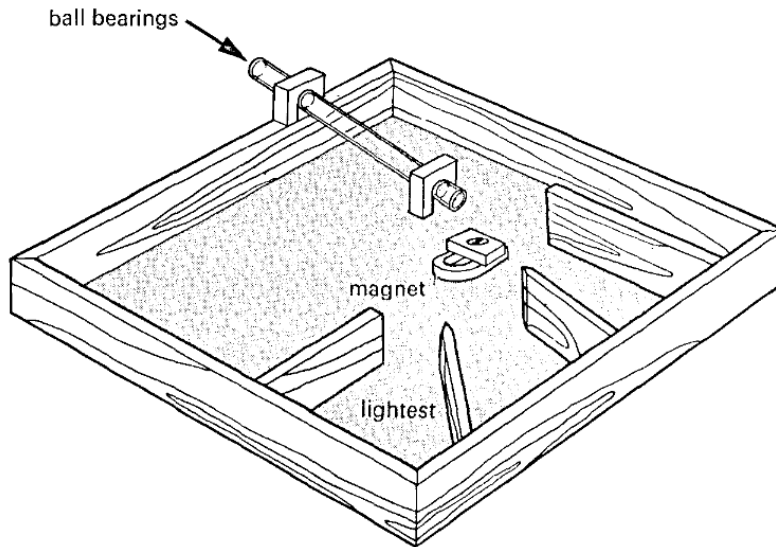


ABBILDUNG 4.3: Funktionsmodell eines Massenspektrometers der Nuffield Foundation. Kugellager-Kugeln rollen durch ein Glasrohr nach unten auf die Platte, wo sie von einem Magneten gestreut werden. Die leichtesten Kugeln werden am weitesten abgelenkt (entnommen aus THE NUFFIELD FOUNDATION, 1970, S 262).

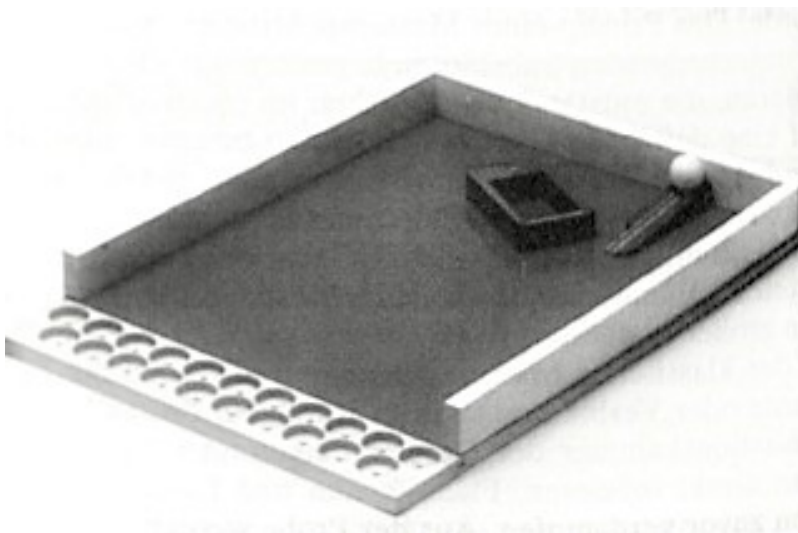


ABBILDUNG 4.4: Funktionsmodell eines Massenspektrometers von Bühler und Graf. Tischtennisbälle werden durch eine kleine Bohrung mit Eisenwolle und/oder Nylonwatte befüllt, um Masse-Ladungs-Verhältnisse nachzuahmen (entnommen aus BÜHLER und GRAF, 2002, S 34).

Als Motivation für die Neuauflage des Versuches schreiben sie jedoch der Version von 1970 zwei Probleme zu, welche diese gar nicht haben sollte: Sowohl der »verschiedene Rollwiderstand«¹ als auch das Fehlen der Entmagnetisierung der Kugeln wird moniert, indem auf NUFFIELD verwiesen wird. Dort heißt es jedoch »the ball bearings that stick to the magnet will become magnetized and should be dropped several times to demagnetize them.«² Es wird bei NUFFIELD mit Kugellagern gearbeitet, die zu den rotationssymmetrischsten und glattesten Kugeln gehören, die man kaufen kann (überdies ist der Rollwiderstand noch von dem Material abhängig, was jedoch bei allen Kugeln Stahl ist). Zudem führt das Fallenlassen der Kugeln bereits zu einer Auflösung der Weißschen

¹ vgl. BÜHLER und GRAF, 2002, S. 35.

² THE NUFFIELD FOUNDATION, 1970, S. 264.

Bezirke,¹ da die Ausrichtung der magnetischen Spins sehr schwach ist.

¹ vgl. MAIS, 2014, S. 13.

Sektorfeld-Massenspektrometer	Modellversuch
Atome	Acrylkugeln
Ionen	mit Eisenwolle gefüllte Kugeln
Beschleunigereinheit	Schiefe Ebene
Massenanalysator	Permanentmagnet
homogenes Magnetfeld	inhomogenes Magnetfeld
Detektor	Röhrensystem
Elektrisches Feld	Gravitationsfeld
Lorentzkraft F_L	Magnetische Kraft F_m (sic!)
Ionenladung q	Volumen V_{EW} der Eisenwolle
Elementarladung e	Feste Volumeneinheit $V = \frac{1/3g}{\rho_{EW}}$
Ladung $q = n \cdot e$	$n \cdot V$

TABELLE 4.2: Die Analogie-Zuweisungen nach BÖHMER und MAIS für den Analogieversuch mit einer Magnetanordnung. Im oberen Teil der Tabelle sind die objektalen, in der unteren Hälfte die begrifflichen Zuordnungen aufgelistet (nach MAIS, 2014, S. 16).

Die Hauptprobleme des *Magnetmodells* sind jedoch sowohl die Inhomogenität des magnetischen Feldes, welche eine mathematische Beschreibung der Kugelbewegung nahezu unmöglich macht, als auch die Nichtberücksichtigung unterschiedlicher Trägheitsmomente. Bei makroskopischen Modellversuchen können die Kugeln nicht mehr als Punktmassen, was mit den Berechnungen in Abschnitt 4.1 bereits gezeigt wurde, genähert werden.

Durch BÖHMER und MAIS wurde dieser Versuch durch eine verbesserte Magnetanordnung und eine bogenförmige Detektoranordnung verbessert. Die abschließenden Analogiebetrachtungen der Examensarbeit von AXEL MAIS sind in Tabelle 4.2 wiedergegeben.

GEBLÄSE 4.2.2

Ein Funktionsmodell zur Massenspektrometrie, welches Gebläse als Analysatoren einsetzt, wurde 1987 im Rahmen einer Zulassungsarbeit von ELISABETH SCHILLING an der LMU München angefertigt. Der Archivierungszeitraum ist zwar bereits überschritten und damit die Arbeit für alle weiteren Recherchen verloren, jedoch sind die wichtigsten Ergebnisse in einem Artikel der Zeitschrift *der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht* enthalten², der dem Verfasser freundlicherweise von Professor Klaus Wendt der Johannes Gutenberg Universität Mainz zugeschiedt wurde.

Dieses Funktionsmodell (siehe Abbildung 4.5) ist die einzig bekannte Ausführung eines geschwindigkeitsfokussierenden Spektrometers.

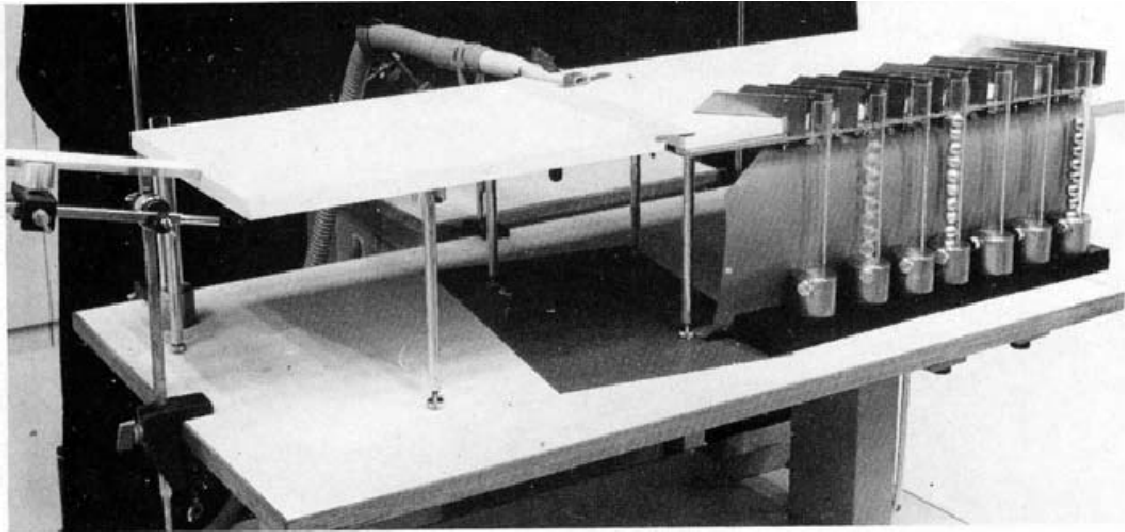
Mittels einer 30 cm langen, v-förmigen Rampe, welche eine Steigung von ca. 20° besitzt, werden 20 mm große Stahl-, Aluminium- und Plexigalkugeln beschleunigt. Über eine Platte mit sehr geringer Neigung (ungefähr 1 : 100) werden die Kugeln nach ihrer Geschwindigkeit aufgespalten. Je langsamer die Kugel, desto mehr Zeit hat die Erdbeschleu-

² SCHILLING, E., LUCHNER, K. und DEGER, H. (1987): *Mechanisches Funktionsmodell eines geschwindigkeitsfokussierenden Massenspektrographen*. Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU) (1987), Bd. 40([1]): 34–38, vgl.

nigung, sie abzulenken (vgl. 4.1.1). Eine weitere Platte — diesmal waagrecht montiert — schließt an die Erste an. An ihrem oberen Ende ist ein Gebläse angebracht, das zu einer Auslenkung der rollenden Kugeln in Abhängigkeit von ihrem Impuls sorgt. Wie mathematisch gezeigt werden kann, kommt es zu einer Fokussierung von Kugeln gleicher Masse und unterschiedlicher Starthöhe. Hierzu sei unter Berücksichtigung der Abschnitte 4.1 und 2.4 auf die weitere Analyse in 5.4 verwiesen.

SCHILLING äußert auch die Gewissheit, dass sich das Funktionsmodell dazu eignet, komplexere Eigenschaften eines Massenspektrometers, wie beispielsweise das Auflösungsvermögen, zu untersuchen.¹

¹ vgl. SCHILLING u. a., 1987, S. 37.



Abschließend wird anhand von *Stroboskopaufnahmen* — übrigens ein hervorragendes Mittel zur Visualisierung von Bewegungsprozessen — eine quantitative Untersuchung der Impulsänderungen Δp in Abhängigkeit von der Starthöhe durchgeführt. Hierbei wird ausgenutzt, dass

$$\begin{aligned} F &= m\ddot{r} \\ \Rightarrow \int F dt &= m\dot{r} = \Delta p \end{aligned} \quad (4.13)$$

gilt, d. h. die Krafteinwirkung eines Feldes — über die Zeit der Einwirkung integriert — ergibt eine Impulsänderung.

Wenn demnach bekannt ist, wie groß die Krafteinwirkung des Gebläses in Beziehung zu der Entfernung und wie hoch die Geschwindigkeit der sich bewegenden Masse ist, so kann über eine Umformung von (4.13) mit der Setzung $r = \dot{r}t$ (vgl. (2.15)) das Integral der Kraft des Strömungsfeldes über dem Abstand von der Mittelachse x berechnet werden, woraus man mittels Division durch die Kugelgeschwindigkeit die Impulsänderung erhält.

ABBILDUNG 4.5: Mechanisches Funktionsmodell eines geschwindigkeitsfokussierenden Massenspektrographen nach SCHILLING et al.: Kugeln unterschiedlicher Dichte werden die v-förmige Rampe an der linken Seite heruntergerollt, wo sie auf einer schiefen Ebene nach ihrer Geschwindigkeit sortiert werden. Auf der rechten Seite sorgt das Strömungsfeld eines Gebläses für eine Aufspaltung nach den Impulsen (entnommen aus SCHILLING u. a., 1987, S 35).

UMSETZUNG 4.3

Diese Arbeit sollte ursprünglich das Analogiemodell von MAIS zu einem Praktikumsversuch weiterentwickeln. Nach einem Hinweis von Frau Professor HEIDRUN HEINKE, dass — in Anbetracht der Unzulänglichkeiten des Magnetmodells — auch ein Gebläse als Analysatoreinheit verwendet werden könne, wurde der ursprüngliche Versuchsaufbau nach anfänglichen Testmessungen mit einem handelsüblichen Föhn verworfen (siehe Abschnitt 4.4).

Aufgrund der Oberflächenähnlichkeit des Funktionsmodells aus SCHILLING u. a. (1987) mit einem Sektorfeld-Massenspektrometer wird jedoch BÖHMER in diesem Punkte gefolgt.¹ Aus diesem Grund wurde der ASTON'sche Massenspektograph als Inkarnation eines EB-Spektrometers in Abschn. 2.4 auf seine Ablenkung hin untersucht.

¹ vgl. die ausführliche Begründung bei BÖHMER, 2013, S. 26–27.

Nach Auswertung der physikalischen Hintergründe wird anhand des zu berücksichtigenden Schemas für wertschöpfende Analogexperimente von KIRCHER (Tab. 3.1, insbesondere Schritte 3 und 4) ein Vorschlag die Objektebene betreffend gemacht, welcher zusammengefasst in Tabelle 4.3 zu überblicken ist.

Sektorfeld-Massenspektrometer	Funktionsmodell
verschiedene Atome	Kugeln unterscheidbarer Dichte
ionisierte Atome	Verschiedene Kugelquerschnittsflächen
Hochvakuum	Leerer Experimentiertisch
Beschleunigungsspannung	Startrampe mit waagerechtem Auslauf
Blendensystem	Schmale Platte lässt nicht alle Geschwindigkeiten zu
Analysator I	Schiefe Ebene
Analysator II	Haartrockner
Photoplatte	Auffangbehälter

TABELLE 4.3: Die Objektebene des Analogieversuches mit einer schiefen Ebene und einem Haartrockner als Massenanalysatoren (eigene Darstellung).

Die Anforderungen an die Kugeln sind zwei Gestalt: Erstens muss die Möglichkeit bestehen, verschiedenartige Dichten zu verwenden. Des Weiteren besteht ein Bedarf an einer Projektionsfläche A_{proj} , welche bestenfalls als Analogon der *Quantelung* von Ladung herhalten kann, indem eine Querschnittsfläche A_{min} festgelegt wird, für die weitere Kugelgrößen anhand der Überlegung

$$A_i = A_{\text{min}} \cdot (i + 1), \quad i \in \mathbb{N} \text{ mit } A_i = \pi r_i^2 \quad (4.14)$$

festgelegt werden. Dies ist zum Beispiel mit den Radien $r_0 = 10 \text{ mm}$, $r_1 = 14 \text{ mm}$, $r_2 = 17 \text{ mm}$ und $r_3 = 20 \text{ mm}$ erfüllt.

Eine Geschwindigkeitsfokussierung ist nach 2.4 nur möglich, wenn die Geschwindigkeiten im Strömungsfeld nicht zu weit auseinander

liegen. Wird die Plattengröße klein genug gewählt, so besitzen sämtliche detektierbaren Kugeln gleicher Masse eine Breite Δv , auf der die Spuren der Kugeln sich nahezu schneiden.

Durch die Auswertung der ersten Messung mit einem Gebläse als Massenanalysator ist augenscheinlich geworden, dass bei den vorhandenen Rampen ca. $\frac{1}{4}$ der potentiellen Energie, die durch die Starthöhe vorgegeben wird, nach dem Übergang von Rampe zu Platte nicht in kinetische Energie umgesetzt wird, bzw. dass diese durch ein *Aufprallen* auf der ebenen Fläche verloren geht. Damit ist dieser Energieverlust wesentlich höher als experimentell und theoretisch bestimmte Luftreibungs- und Rollreibungsverluste (ausführlicher inklusive Messdaten siehe Kapitel 5).

Über einen Vergleich der theoretischen Abschnitte 2.2 und 4.1 kann die schiefe Ebene als erster Teil der Massenanalyse eins zu eins auf das elektrische Feld übertragen werden, da Coulombkraft und Gravitationskraft jeweils zu einer Beschleunigung führen, die mit dem Abstand s^1 zum Quadrat abnimmt, linear mit einem Faktor (ϵ_0 und G) skaliert und sich die Masse m des Gravitationspotentials mit der Ladung q des Coulompotentials ersetzen lässt.

Über den zweiten Teil des Analysators sind nur die Erkenntnisse von SCHILLING u. a. (1987) bekannt. Daher folgt an dieser Stelle die Untersuchung des Haartrockners. In Tabelle 4.4 werden die Ergebnisse jedoch der Übersichtlichkeit halber bereits mit aufgeführt.

¹ Im Folgenden gilt $a \hat{=}$ Beschleunigung, $v \hat{=}$ Geschwindigkeit und $s \hat{=}$ Abstand, um keine doppelte Variablenbelegung zu haben.

Sektorfeld-Massenspektrometer	Funktionsmodell
Coulomb-Potential $\phi_{\text{Coul}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$	Gravitationspotential $\phi_{\text{Grav}} = -G \frac{m}{r}$
Elementarladung q	Projektionsfläche $A_{\text{min}} = \pi r_{\text{min}}^2$
Gesamtladung $Q = n \cdot q$	Projektionsfläche $A_i = i \cdot A_{\text{min}}$
Potentielle Energie qU_B	Potentielle Energie mgh
Kinetische Energie $\frac{1}{2}mv^2$	Kinetische Energie $\frac{7}{10}mv^2$
Lorentzkraft $F_L = qvB$	Strömungswiderstandskraft $F_W = c_W A \frac{\rho v^2}{2}$
Anzahl detektierter Impulse für $m/q = j$	Aufgefangene Kugeln in Detektor j

TABELLE 4.4: Übersicht der begrifflichen Analogien zwischen dem Primär- und Sekundärbereich bei Nutzung einer schiefen Ebene und eines Föhns als Massenanalysatoren. Da bei dem Vergleich zwischen den Lernbereichen der Radius r auftaucht, wird ab dieser Stelle für die Geschwindigkeit v verwendet (eigene Darstellung).

GEBLÄSE 4.4

Obwohl die Überprüfung der erarbeiteten Analogie-Setzungen erst in Kapitel 5 durchgeführt werden wird, muss zuvorderst der gewählte Analysator in Form eines durch einen Föhn hervorgerufenen Strömungs-

feldes überprüft werden. Die Messergebnisse werden anschließend mit den abschließenden Werten von MAIS (2014, S. 53–66) verglichen.

Hierbei wird auch die Forderung nach einem *gebogenen* Detektor umgesetzt, da die Aufspaltung der Kugeln als Winkelstreuung mit einem festen Mittelpunkt bei $(x, y)^T = (x, y)^T(F_{\max})$, d. h. im Punkte der maximalen Kraftereinwirkung, gesehen werden kann.

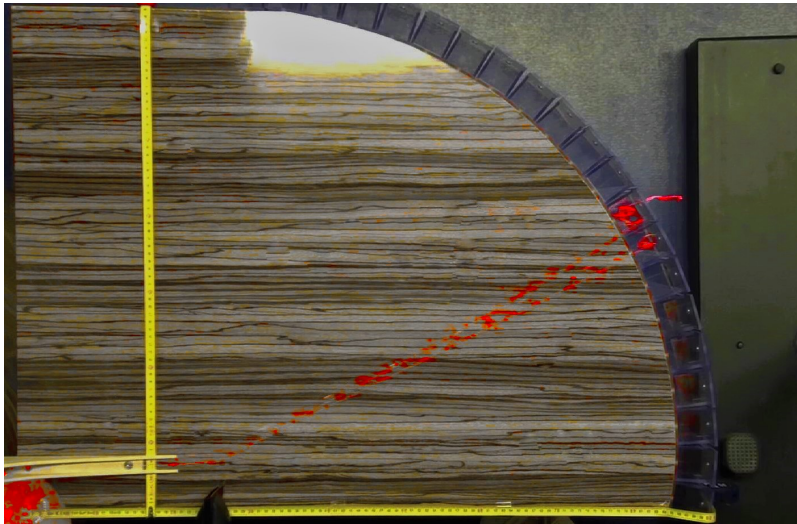


ABBILDUNG 4.6: Exemplarisches Bildschirmfoto mit Stroboskopfilter der ersten Messreihe. Wegen des geringen Kontrastes zwischen den roten Kugeln und der bräunlichen Arbeitsplatte werden Farbfilter angewendet, um die Bahnkurven besser erkennbar zu machen. Bei der Auswertung einzelner Bilder in der Software *Tracker* sind die Kugeln bis auf eine Bewegungsverzerrung gut erkennbar.

Abbildung 4.6 zeigt den rudimentären Versuchsaufbau nebst der stroboskopischen Aufnahme zweier Kugelbahnen. Ein im Baumarkt erhältliches Reststück einer Arbeitsplatte von etwa 1,2 m mal 0,8 m wurde bogenförmig ausgesägt, wobei der Ablenkwinkel von 0° auf einer Achse mit der Startrampe liegt. Im Zuge dieser Videoauswertung wird auch die Güte der Rampe untersucht. Diese besitzt eine durch das bloße Auge zu erkennende Asymmetrie, welche den abrollenden Kugeln eine Rotation in y -Richtung mitgibt (das im Bildschirmfoto obere Segment der Startvorrichtung ist kürzer als das untere).

Vor den eigentlichen Auswertungen muss daher erstmal ohne angeschalteten Föhn die *Nulllinie* bestimmt werden. Hierzu werden die 10 von MAIS (2014, S. 34) präparierten Kugeln jeweils fünf mal von dem Anschlag bei einer Starthöhe von $h = 55$ mm abgerollt. Für sämtliche Videoauswertungen wird auf die in der Software *Tracker* bestimmten Koordinaten eine Unsicherheit von 0,5 cm in beide Richtungen angenommen.

Aufgrund der großen Datenmenge werden an dieser Stelle nur die Bewegungen der ersten Kugel tabellarisch und als Diagramm dargestellt. Bei den weiteren Videoauswertungen wird nur noch die Detektionshäufigkeit in Behälter i betrachtet (siehe Tabelle 4.5).

Es ist auch von Interesse, ob sich die Kugeln hinter der Stelle der Kraftereinwirkung auf einer Geraden bewegen, d. h. ob die Platte trotz

der Ungenauigkeit von Wasserwaagen horizontal ausgerichtet ist. Dazu eignet sich der *Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizient*, der genau dann einen der Werte ± 1 annimmt, wenn sich die Messdaten auf einer Geraden mit positiver/negativer Steigung befinden.¹ Der B-P-Koeffizient ist über den Quotienten der *empirischen Kovarianz* s_{xy} durch das Produkt der Standardabweichungen s_x, s_y (oder *empirische Varianzen*) definiert:

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (4.15)$$

¹ vgl. CRAMER, E. und KAMPS, U. (2008): Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik: Ein Skript für Studierende der Informatik, der Ingenieur- und Wirtschaftswissenschaften (2., überarbeitete Auflage). Heidelberg: Springer-Verlag, S. 111.

Da die hier gezeigten Datenkolonnen nicht ausufern sollen, wird eine alternative Form von Gleichung (4.15) verwendet, die sich in Tabellenform verkürzt darstellen lässt:

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2) \cdot (\overline{y^2} - \bar{y}^2)}} \quad (4.16)$$

Es ergeben sich die Korrelationskoeffizienten in Tabelle 4.6, wobei auf eine Angabe der Unsicherheiten auf die Mittelwerte verzichtet wird, da die Koeffizienten rein qualitativ lineares Verhalten angeben sollen und nicht als *Bestimmtheitsmaß* einer linearen *Regression* gebraucht werden. Mit den Korrelationskoeffizienten ist eine geradlinige Bewegung verifiziert, was eine Winkeltransformation, d. h. eine Drehung des Koordinatensystems um den mittleren Auslenkwinkel ϕ erlaubt.

Mit dem *Arkustangens* der Steigung $\Delta y / \Delta x$ lässt sich für jede der 50 verfolgten Kugeln ein Ablenkwinkel berechnen. Der Mittelwert dieser Winkel ist

$$\phi = (2,45 \pm 0,29)^\circ, \quad (4.17)$$

die Unsicherheit berechnet sich hierbei als Wurzel der empirischen Varianz. Diese fünf Kugelspuren sind wie gemessen im Diagramm 4.7 und transformiert als 4.8 zu sehen, wobei die Drehung sich aus

$$\begin{aligned} x_i^* &= x_i \cdot \cos(\phi) + y_i \cdot \sin(\phi) \text{ und} \\ y_i^* &= -x_i \cdot \sin(\phi) + y_i \cdot \cos(\phi) \end{aligned} \quad (4.18)$$

ergibt.

Auf Grundlage dieser Transformation werden alle weiteren Messungen durchgeführt. Um nun schließlich zu verifizieren oder falsifizieren, dass der Föhn als Analysator der Magnetanordnung aus MAIS (2014) überlegen ist, werden die Daten gegenübergestellt.

Wie im Vergleich der Abbildung 4.9 zu sehen ist, kann die Kraftwirkung eines Gebläses auf rollende Kugeln qualitativ als stärker betrachtet

t in s	Bahn 1		Bahn 2		Bahn 3	
	x in mm	y in mm	x in mm	y in mm	x in mm	y in mm
0,00	-53 ± 5	-1 ± 5	-68 ± 5	-7 ± 5	-49 ± 5	-5 ± 5
0,04	-24 ± 5	-2 ± 5	-35 ± 5	-5 ± 5	-17 ± 5	-4 ± 5
0,08	14 ± 5	1 ± 5	-1 ± 5	-2 ± 5	14 ± 5	-5 ± 5
0,12	40 ± 5	2 ± 5	29 ± 5	-1 ± 5	61 ± 5	-2 ± 5
0,16	68 ± 5	4 ± 5	50 ± 5	-1 ± 5	70 ± 5	-2 ± 5
0,20	101 ± 5	8 ± 5	83 ± 5	0 ± 5	101 ± 5	0 ± 5
0,24	131 ± 5	8 ± 5	120 ± 5	2 ± 5	132 ± 5	2 ± 5
0,28	154 ± 5	10 ± 5	143 ± 5	4 ± 5	162 ± 5	5 ± 5
0,32	186 ± 5	13 ± 5	169 ± 5	7 ± 5	193 ± 5	6 ± 5
0,36	216 ± 5	16 ± 5	203 ± 5	8 ± 5	222 ± 5	10 ± 5
0,40	246 ± 5	17 ± 5	234 ± 5	8 ± 5	247 ± 5	11 ± 5
0,44	276 ± 5	18 ± 5	262 ± 5	10 ± 5	283 ± 5	12 ± 5
0,48	300 ± 5	20 ± 5	292 ± 5	12 ± 5	309 ± 5	14 ± 5
0,52	321 ± 5	19 ± 5	321 ± 5	13 ± 5	341 ± 5	16 ± 5
0,56	354 ± 5	22 ± 5	347 ± 5	14 ± 5	366 ± 5	19 ± 5
0,60	388 ± 5	24 ± 5	381 ± 5	14 ± 5	398 ± 5	20 ± 5
0,64	417 ± 5	28 ± 5	411 ± 5	16 ± 5	429 ± 5	25 ± 5
0,68	444 ± 5	28 ± 5	436 ± 5	18 ± 5	458 ± 5	31 ± 5
0,72	479 ± 5	25 ± 5	464 ± 5	22 ± 5	483 ± 5	31 ± 5
0,76	499 ± 5	31 ± 5	496 ± 5	24 ± 5	509 ± 5	35 ± 5
0,80	529 ± 5	29 ± 5	524 ± 5	24 ± 5	541 ± 5	40 ± 5

t in s	Bahn 4		Bahn 5	
	x in mm	y in mm	x in mm	y in mm
0,00	-25 ± 5	-8 ± 5	-5 ± 5	1 ± 5
0,04	8 ± 5	-5 ± 5	26 ± 5	6 ± 5
0,08	41 ± 5	-8 ± 5	58 ± 5	10 ± 5
0,12	72 ± 5	-5 ± 5	86 ± 5	11 ± 5
0,16	100 ± 5	-2 ± 5	117 ± 5	12 ± 5
0,20	126 ± 5	0 ± 5	147 ± 5	12 ± 5
0,24	161 ± 5	-1 ± 5	175 ± 5	13 ± 5
0,28	185 ± 5	-2 ± 5	208 ± 5	16 ± 5
0,32	219 ± 5	2 ± 5	237 ± 5	14 ± 5
0,36	244 ± 5	4 ± 5	265 ± 5	17 ± 5
0,40	273 ± 5	5 ± 5	292 ± 5	20 ± 5
0,44	304 ± 5	8 ± 5	327 ± 5	20 ± 5
0,48	330 ± 5	10 ± 5	348 ± 5	25 ± 5
0,52	359 ± 5	12 ± 5	378 ± 5	26 ± 5
0,56	393 ± 5	13 ± 5	405 ± 5	28 ± 5
0,60	418 ± 5	14 ± 5	437 ± 5	29 ± 5
0,64	442 ± 5	17 ± 5	465 ± 5	30 ± 5
0,68	473 ± 5	19 ± 5	494 ± 5	34 ± 5
0,72	506 ± 5	23 ± 5	521 ± 5	35 ± 5
0,76	531 ± 5	24 ± 5	549 ± 5	37 ± 5
0,80	556 ± 5	26 ± 5	577 ± 5	41 ± 5

TABELLE 4.5: Die fünf Bahnverläufe von Kugel 1 für die Bestimmung des Drehwinkels, der für das Koordinatensystem gewählt werden muss.

$\bar{x}$ in cm	$\bar{y}$ in cm	$\overline{x^2}$ in cm ²	$\overline{y^2}$ in cm	$\overline{xy}$ in cm ²	K_{B-P}
28,6	1,8	1090,3	3,99	65,68	0,98
29,1	1,2	1100,9	1,78	43,89	0,96
28,6	1,3	1102,0	2,09	47,19	0,96
29,4	0,5	1118,4	0,51	22,66	0,98
28,5	1,4	1070,7	2,80	54,25	0,99

TABELLE 4.6: Überprüfung der Kugelspuren auf Linearität mittels des Bravais-Pearson-Korrelationskoeffizienten

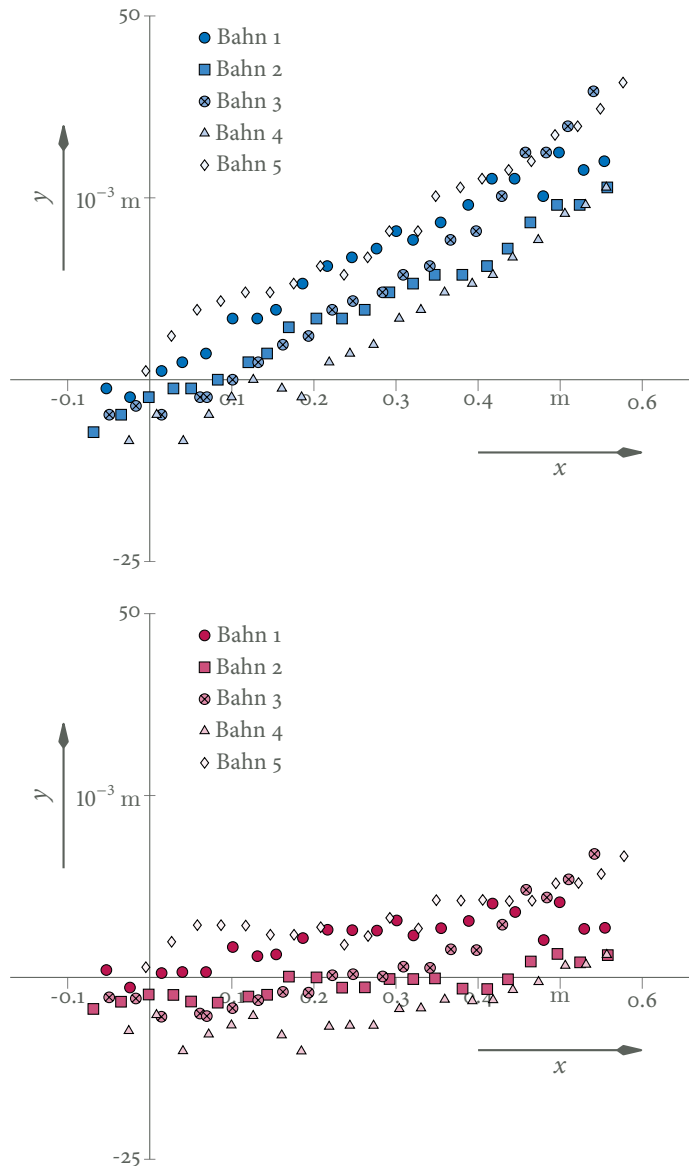
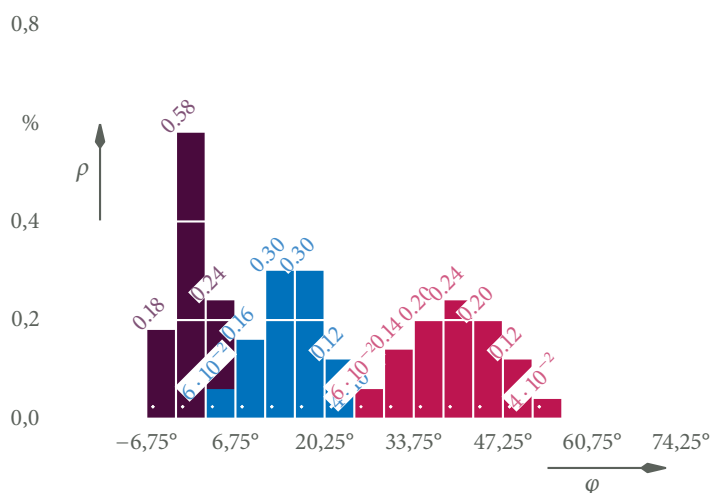


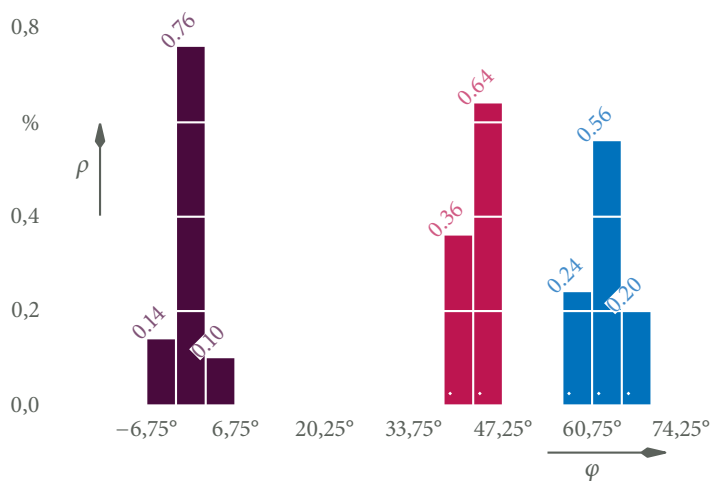
ABBILDUNG 4.7: Bewegungsprofile der ersten Kugel vor der Koordinatentransformation. Um die verschiedenen Bahnen besser unterscheiden zu können, ist die y-Achse stark gestreckt.

ABBILDUNG 4.8: Transformierte Bewegung der ersten Kugel. Zu beachten ist, dass diese Kugel stärker von der Nulllinie abweicht als die Mehrzahl der übrigen 9 Kugeln.

werden als die Lorentzkraft, welche auf Kugeln mit Eisenwollefüllung wirkt. Weiterhin ist die höhere Trennschärfe zwar für eine Massenanaly-



(a)



(b)

ABBILDUNG 4.9: (a): Referenzmessung von MAIS für jeweils $n = 50$ Kugeln mit — von links nach rechts — 0 g, 1 g und 3 g Eisenwollefüllung. Die Messreihe mit einer Füllung von 2 g wird aufgrund zu vieler Überlappungen nicht dargestellt. (b): Drei Messreihen zur Tauglichkeit des Föhns als Massenanalysator mit jeweils $n = 50$ Datensätzen. Von links nach rechts: Ohne Föhn, befüllte Kugeln, leere Kugeln. Der Hohe Ausschlag bei $x = 0^\circ$ lässt sich durch die Videoanalyse erklären: Selbst bei einer y -Koordinate von 2,24 cm wird eine Kugel noch als im Intervall $(-2,25; 2,25]$ detektiert gewertet. An Stelle einer tabellarischen Zusammenfassung sind alle relativen Häufigkeiten an den Histogrammen vermerkt.

se besser geeignet, jedoch müssen bei Einsatz eines Föhns als Analysator die statistischen Auswertungsmethoden (u. a. die Untersuchung auf eine *Binomialverteilung*), die MAIS (2014, S. 48) vorgeschlagen hatte, an einem Versuchsnachmittag nicht mehr durchführbar. Die für eine statistische Auswertung benötigte Datenmenge pro Kugelgewicht würde in die Hunderte gehen, falls die gewonnenen Messwerte repräsentativ sind.

Abschließend lässt sich konstatieren, dass ein Gebläse als Analysator aus mehreren Gründen einer Magnetanordnung vorzuziehen ist: Neben der höheren Trennschärfe, die als Auflösungsvermögen eine wichtige Eigenschaft von Massenspektrometern ist, entfällt das aufwendige Entmagnetisieren der präparierten Kugeln¹. Wie bereits zuvor bemerkt,

¹ vgl. MAIS, 2014, S. 49.

spielt das Massenträgheitsmoment bei den Bewegungsgleichungen einer Kugel eine große Rolle. Daher ist die zwangsläufig inhomogene Dichte der Kugeln, die leer ein Gewicht von 4 g haben und befüllt 7 g wiegen, ein Hindernis für eine quantitative Beschreibung der Kugelaufspaltung. Ohne intensive Beschäftigung mit dem Sekundärbereich kann der Primärbereich auch nicht vollständig erschlossen werden. Als letzter Punkt wird festgehalten, dass es bei der Versuchsanordnung mit den Magneten eine größere Anzahl an Fehlversuchen gibt, die darauf zurückzuführen sind, dass Kugeln gelegentlich an den Magneten haften bleiben und somit nicht detektiert werden können.

BESCHLEUNIGEREINHEIT 4.5

Bei der Messreihe zur Nulllinie ist eine mangelhafte Umsetzung von der *Lageenergie* der Kugeln in kinetische Energie augenscheinlich geworden. Dies ist nach Kapitel 5 nicht durch den Luftwiderstand und aufgrund der kurzen Rampe, die verwendet wurde, auch nicht durch die Rollreibung verursacht. Es erfordert daher eine Beschleunigereinheit, welche die Kugeln waagrecht und ohne, dass ein akustisches *Knallen* wahrnehmbar ist, auf die Platten bringt. Die Neuausrichtung des Versuches, beziehungsweise die Hinzunahme der Ladungs-Analogie führt überdies dazu, dass die Rampe ebenfalls in der Breite verstellbar sein muss, ohne aus der Nulllinie ausgelenkt zu werden.

Kugel Nr.	E_{pot} in mN m	E_{rot} in mN m	E_{trans} in mN m	Abweichung in %
1		0,873	2,135	-22,5
2		0,821	1,983	-27,8
3		0,896	2,162	-21,3
4		0,799	2,058	-26,4
5	3,884	0,846	2,047	-25,5
6		0,978	2,258	-16,7
7		0,870	2,248	-19,7
8		0,952	2,220	-18,3
9		0,819	2,216	-21,8

TABELLE 4.7: Videoanalyse einer Messreihe zur Nulllinienbestimmung. Es werden die Gesamtgeschwindigkeiten der ersten 0,2 s zur Berechnung der Translations- und Rotationsenergie verwendet. Die Summe beider — die kinetische Energie — wird als prozentuale Abweichung zur Lageenergie ausgedrückt.

Zur Verifizierung kann in Tabelle 4.7 die Auswertung für neun verfolgten Kugeln der ersten Messreihe zur Nulllinienbestimmung betrachtet werden. Die Geschwindigkeit wird über die ersten 0,2 s berechnet. Da eine systematische Abweichung von über 20 % vorliegt, d. h. $E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \cdot 1,2$, und die Messungenauigkeiten sich gleichermaßen positiv wie negativ auswirken, wird auf deren Angabe verzichtet.

Zur Bewältigung dieser Probleme wird in einem frei verfügbaren CAD-Programm (computer-aided design) eine Rampe konstruiert (vgl. Abb. 4.10).

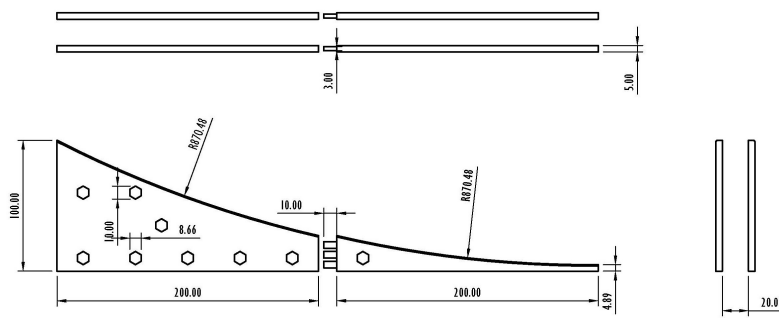


ABBILDUNG 4.10: Zu sehen ist eine technische Zeichnung der geplanten Beschleunigereinheit, die auf einen 3D-Druck ausgelegt ist, jedoch mit leichten Anpassungen auch auf einer CNC-Fräse aus einer Stahlplatte mit Dicke $d = 5$ mm gefertigt werden kann. Die Rampe besitzt durch die Aussparung eines Kreisbogens mit Radius $r = 900$ mm von $267,2^\circ$ bis 270° einen nahezu waagerechten Auslauf.

Die Schiene dieser Rampe ist zweigeteilt und hat jeweils eine Aussä-gung in Form eines Kreisbogens mit Radius $r = 900$ mm von $267,2^\circ$ bis 270° . Die sechseckigen Aussparungen sind für die Aufnahme von Mut-tern gedacht, die mittels WIG-Schweißen (Wolfram-Inertgas) befestigt werden können. Oben links an der Vorderseite wird eine rechtsdre-hende, auf der Rückseite eine linksdrehende Mutter verwendet. Die Mutterorientierung muss sich immer abwechseln, damit angebrachte Zahnräder gleichgerichtet drehen. Durch die mechanische Werkstatt werden Gewindestangen geschnitten, die jeweils hälftig aus Links- und Rechtsgewinde bestehen.

An diese Gewindestangen werden einseitig die Zahnräder mit *Ma-denschrauben* befestigt. Somit kann die Rampe bei Drehung des linken oberen Zahnrades nach rechts zusammen und bei Drehung nach links auseinander gefahren werden.

Da die Rampe möglichst schnell funktionsfähig sein muss, und ge-wisse Probleme mit dem vorhandenem 3D-Drucker bestehen, wird die Rampe aus Sperrholz selbst angefertigt, wie auf Foto 4.11 zu sehen ist. Die Aussparungen für die Muttern — welche anschließend eingeklebt werden — entstehen durch Bearbeitung mit einem Stechbeitel der Ei-senbreite 3 mm. Die Muttern werden anschließend eingeklebt und die beiden Rampensegmente mit den Gewindestangen verbunden.

Bei der Arbeit mit Holz ist eine Genauigkeit von einem halben Milli-meter bereits ordentlich, die von der Werkstatt — aus Aluminium — geschnittenen Gewinde verzeihen jedoch kaum ein Abweichen von der Parallelität der Muttern. Da Aluminium ein weicher Werkstoff mit ho-hem Abrieb ist, sind die Gewinde schnell zerstört. Bei einem erneuten Bau sollten sie demnach zumindest aus Messing gefertigt werden.

Die Zahnräder werden mit dem 3D-Drucker bei maximaler Dichte aus ABS (*A*crylnitril-*B*utadien-*S*tyrol) gedruckt, um das Schneiden eines Gewindes für die Madenschrauben zu ermöglichen. Anschlie-ßend werden Ungenauigkeiten des Druckergebnisses in einem *Aceton-Dampfbad* bereinigt. Sowohl die Zahnräder als auch die Gewinde sind in



ABBILDUNG 4.11: Seitenansicht der gebauten Rampensegmente. Mittels eines nicht dehnbaren Fadens, Winkeln und einigen Schraubzwingen wird die Form angezeichnet und anschließend auf der Abfallseite ausgesägt. Die Annäherung an die endgültige Form erfolgt durch einen fein eingestellten Schweißhobel. Nach dem Durchbohren mit einem 6 mm Bohrer werden die Aussparungen für die Mutteraufnahme mit einem Stechbeitel gefertigt.



ABBILDUNG 4.12: Fotografische Abbildung der Zahnräder und Gewinde nach dem Ausbau. Bei Versuchen vor dem Einkleben der Muttern haben beide Komponenten gut funktioniert, wurden jedoch bei der Arretierung an der Beschleunigereinheit in ihrer Funktionalität zerstört (unter anderem durch Kleberückstände und mangelhafte Parallelität).

Abbildung 4.12 dargestellt. Problematisch ist jedoch, dass die Gewinde schon bei recht geringem Zug ausreißen, da der verwendete Kunststoff nicht hart genug ist.

Trotz der Unwägbarkeiten wird die Rampe mit der Vorrichtung aus Abbildung 4.13 an den Experimentiertisch geschraubt. Eine Kugel wird auf das waagerechte Rampensegment gelegt, welches so auseinander-/zusammengeschoben wird, bis die Kugel die Tischplatte leicht berührt. Der Aufbau ist trotz der fehlenden Automatisierung praktikabel, wenn beide Gleise einzeln justiert und mit Gewindestangen fixiert werden.



ABBILDUNG 4.13: Die Starttrampe ist auf ein Brett montiert, welches wiederum mit zwei Winkeln an den Experimentiertisch angeschraubt werden kann. Durch die Anordnung auf einem schmalen Brett lässt sich zum Einen die Rechtwinkligkeit gut überprüfen, zum Anderen erlaubt es den Zahnrädern in vertikaler Richtung bis unterhalb der Tischplatte zu reichen. Auf der linken Seite mittig ist ein Holzblock mit Ausbohrungen, durch welche die Gewindestangen zur Zentrierung gesteckt hätten werden sollen.

KUGELN 4.6

Wie in den Analogiebetrachtungen bereits erwähnt, gibt es zwei Anforderungen an die Ionenanalogie: Es werden Kugeln benötigt, die in ihrer Größe und Dichte unterscheidbar sind. Um die Analogie $q/m \cong A_{\text{proj}}/m$ weiter zu verbessern, soll die Quantelung der Ladung berücksichtigt werden, indem $A_{\text{proj},i} = i \cdot A_{\text{proj},0}$ gilt. Dies wäre zum Beispiel bei den Kugelradien 10 mm, 14 mm, 17 mm und 20 mm näherungsweise erfüllt.

Da frei verfügbare Kugeln meistens in einer Schrittweite von 5 mm zu kaufen sind, entfällt diese Möglichkeit. Eine Anfrage an Produzenten von Präzisionskugeln verschiedener Werkstoffe ergab für einen Satz von 4 Kugelradien und 4 Werkstoffen gut unterscheidbarer Dichte, d. h. 160 Kugeln, einen Preis über 1 000, – €.

Eine weitere Möglichkeit, diese Forderungen zu erfüllen, wird darin gesehen, einen 3D-Drucker zu verwenden und die Füllung zwar homogen, jedoch zwischen den einzelnen Kugelarten unterscheidbar zu gestalten (bei 3D-Druckern besteht die Möglichkeit, die Dichte des Füllmaterials zu bestimmen).

Nach einem Probedruck von zwei Kugelhälften, die jeweils auf der flachen Seite erstellt worden sind, wird der erste Satz von 10 Kugeln mit maximaler Dichte und einem Radius von 10,0 mm auf einem Stelzengeflecht gedruckt (siehe Abb. 4.14). Dieser Druck ergibt leider kein gutes Resultat, da die Unterseiten abgeflacht und somit die Kugeln nicht Rotationssymmetrisch sind. Bei dem Versuch, jeweils zwei Kugelhälften mit Aceton zusammenzukleben, fiel jedoch, wie auf Foto 4.15 zu sehen ist, auf, dass trotz maximaler Druckdichte die Kugelschale wesentlich dichter gedruckt ist, als das Innenleben, und somit keine homogene Massenverteilung gewährleistet wird.

Um dennoch die restlichen Komponenten zufriedenstellend untersu-

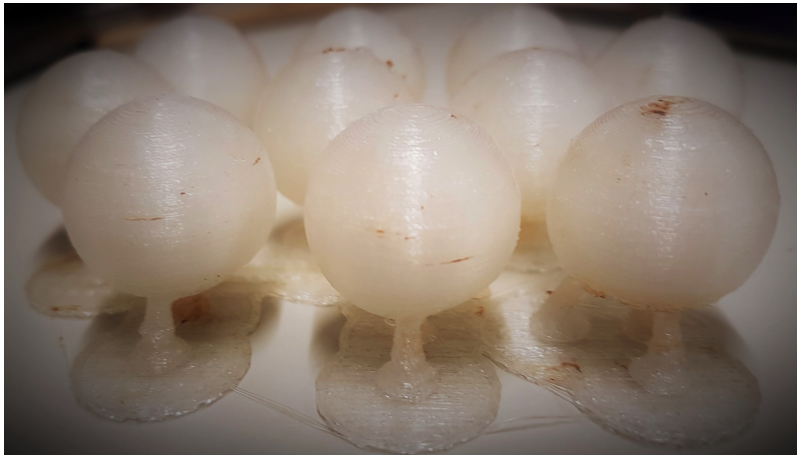


ABBILDUNG 4.14: Zu sehen ist der erste Versuch für 3D-gedruckte Kugeln auf einem Stützensystem.



ABBILDUNG 4.15: Auf diesem Foto einer aufgeschnittenen, 3D-gedruckten Kugel ist gut zu erkennen, dass die Wandschicht der Kugel mit einer höheren Dichte gedruckt wurde.

chen zu können, wurden im Anschluss Holzkugeln aus dem Bastelbedarf und Glaskugeln (einfache Murmeln) gekauft.

SCHIEFE EBENE 4.7

Die erste Hälfte der Experimentierplatte zu einer schiefen Ebene zu machen, während die zweite Hälfte in der Waage bleibt, wird realisiert, indem beide Teilplatten separat auf jeweils vier Standfüße, die unabhängig voneinander einstellbar sind, montiert werden, so dass beim Aneinanderschieben der beiden Platten die rechte waagrecht ist und die linke Platte an der Vorderkante einige Millimeter höher und an der Hinterkante dieselbe Distanz tiefer, jedoch in x -Richtung ebenfalls in der Waage liegt.

Die Fixierung der beiden Platten und damit auch die Möglichkeit eines Transportes wird durch gehobelte Bretter umgesetzt, bei denen jeweils eine Hälfte um einige Zehntelmillimeter abgeschrägt wird, während die andere Hälfte um die festgelegte Anzahl an Millimetern abgeschabt wird (siehe Foto 4.16). Auf diese Weise kann die Neigung der

schiefen Ebene festgelegt werden. Beispielsweise bei einer Plattenbreite von 40 cm führen jeweils 2 mm an der Vorder- und Hinterkante zu einer Neigung von 1 : 100.



ABBILDUNG 4.16: Zu sehen ist der Übergangsbereich zwischen schiefer Ebene und waagerechter Platte, der jeweils an der Vorder- und Hinterkante mit einem passend abgehobeltem Brett fixiert wird. Der um 15° geneigte Plattenteil ist erst nach den Messungen hinzugefügt worden, um der Winkelaufspaltung der Kugeln genüge zu tun (d. h., dass die Breiten der einzelnen Detektoren nach rechts hin zunehmen müssen.)

Im Übergangsbereich der Platten wird — wie bei SCHILLING u. a. (1987) — Isolierband geklebt, damit die Kugeln den Höhenunterschied möglichst ohne Aufprallen/Springen überwinden können. Die Festlegung der Plattenneigung erfolgt über Berechnungen in *Excel* und beträgt bei den Messungen ca. 1 : 35, da eine möglichst große Auslenkung auf der schiefen Ebene gewünscht ist. Wie die Messungen zeigen werden, sollte jedoch für den endgültigen Aufbau ein geringeres Gefälle gewählt werden. Der Baustand während der Probemessungen kann in Abbildung 4.17 betrachtet werden.



ABBILDUNG 4.17: Fotografie des Versuchsaufbaus ohne Detektoren. Bei der linken Platte handelt es sich um die schiefe Ebene. Das Gebläse wirkt mit der höchsten Kraft im Übergangsbereich der beiden Platten. Durch die Aufhängung mit Winkeln kann die Rampe auch näher am Gebläse positioniert werden.

DETEKTOREN 4.8

Wie bereits von MAIS angemerkt, geschieht die Aufspaltung der analysierten Teilchen (Kugeln) radialsymmetrisch um den Punkt der größten Krafteinwirkung. Auch bei einem geschwindigkeitsfokussierenden Aufbau ändert sich nichts an diesem Prinzip, wobei jedoch zwischen den langsamsten und schnellsten Kugeln ein mittlerer Auslenkwinkel be-

stimmt werden muss. Aufgrund der Unzulänglichkeiten der verwendeten Holz- und Glaskugeln ist diese Kalibrierung noch nicht erfolgt. An dieser Stelle wird dennoch der Versuch unternommen, die Grundlagen einer praktischen Umsetzung zu beschreiben.

Bei dem Aufbau nach SCHILLING u. a. (1987) sind die Detektoren in einem festen Abstand b zueinander angebracht. Dies führt allerdings — bereits bei oberflächlicher Betrachtung dazu, dass ein Teil der weiter rechts liegenden Detektoren nur noch einige 10^{-10} detektieren kann. Die waagerechte Platte ist ca. 65 cm lang, die schiefe Ebene etwa 55 cm (vgl. 4.5). Somit entspricht die Ablenkung im Gravitationsfeld bei einer Starthöhe von 2 cm bis 8 cm zwischen 5 cm und 1 cm. Nimmt man an, dass bei SCHILLING jeder Detektor eine Breite von 9 cm hat, so würde der letzte Detektor in einem Winkel zwischen $5,5^\circ$ und $4,7^\circ$ getroffen werden (bei den langsamsten Kugeln) und zwischen $1,2^\circ$ und $1,0^\circ$ bei den schnellsten, jedoch der erste Detektor bei den langsamen Kugeln im Bereich von 90° bis 39° .

Diese qualitativen Rechnungen gelten natürlich nur, wenn die Detektion auf der Fokussierungsachse erfolgen soll. Da die Impulsänderung Δp linear mit dem Gewicht skaliert, wird schnell klar, dass im Bereich hoher Kugeldichten der Analysator ein hohes Auflösungsvermögen hätte, wenn die Analysatorlänge stark ausgedehnt werden würde.

Damit wird eine L-förmige Detektoranordnung vorgeschlagen, die auch Massen mit einem Registrierwinkel nahe 1° wahrnehmen kann. Die Konzeption ist auf dem Foto 4.18 zu sehen: Je schwerer die Massen sind, desto weiter rechts werden sie detektiert und umso geringer ist der Auftreffwinkel. Somit bräuchten die linken Detektoren keine Breitenanpassung, sondern erst diejenigen weiter rechts. Da die Kugeln bei einem geringen Auftreffwinkel an den Begrenzungen der Detektoren hängen bleiben könnten, wird die waagerechte Platte bei $y = 0$ abgetrennt und mit einer Neigung von 15° erneut angeschraubt. Dieses Prinzip ist bereits 1970 in ähnlicher Form von der NUFFIELD FOUNDATION verwendet worden (vgl. Abb. 4.3).



ABBILDUNG 4.18: Vorschlag einer Detektoranordnung: Je geringer der Detektionswinkel ist, desto größer muss die Breite der einzelnen Detektoren sein. Damit selbst bei den größten Detektoren alle Kugeln in die Röhren rollen können, ist der rechte Teil der Platte um 15° geneigt. Ein letzter Detektor wird am rechten Ende angebracht.

Die entscheidenden Versuchsparameter werden durch selbstgebaute Apparaturen gemessen und mit den theoretischen Erwartungen verglichen, um aus der Schnittmenge ein mathematisches Modell des Analogieexperimentes zu entwickeln.

KRAFTMESSUNG IM STRÖMUNGSFELD 5.1

Mit dem Ziel, die Krafteinwirkung des Gebläses auf vorbeischießende Kugeln — und damit auch die Impulsänderung — funktional ausdrücken zu können, wird eine Methode erarbeitet, das Strömungsfeld des Föhns systematisch zu vermessen.

Zuerst wird, da Luftwiderstandsbeiwerte zumeist mit einem *Sektor-Kraftmesser* bestimmt werden, der Versuch unternommen, diese Art von Messgerät nachzubauen. Das Prinzip eines Sektor-Kraftmessers kann mit einem Messwagen, der auf einem Gleis positioniert und über eine Umlenkrolle mit einem Federkraftmesser verbunden ist, imitiert werden.

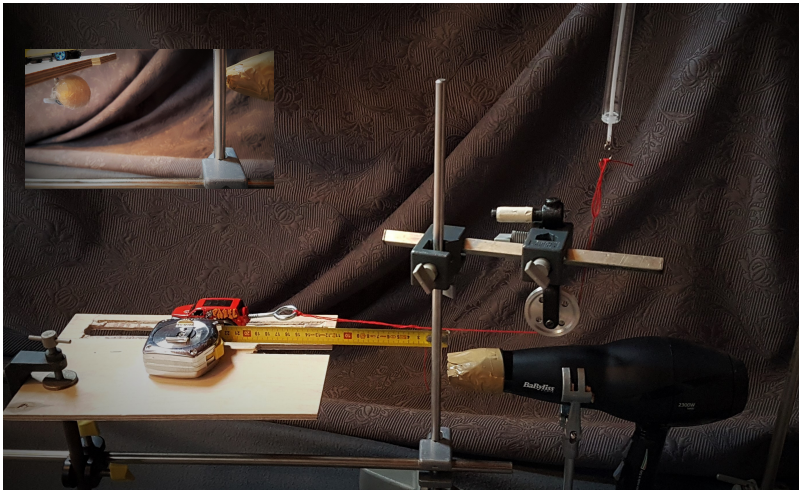


ABBILDUNG 5.1: Erster Versuchsaufbau zur Strömungskraftmessung: Ein Messwagen, an dem eine Kugel aufgehängt wird, ist mit einem Federkraftmesser über eine Umlenkrolle verbunden. Die Unterseite der Messplatte ist als Auszug links oben im Foto abgebildet.

Hierzu erhält ein Spielzeugauto eine Bohrung durch die Bodenplatte, um mit einem Haken den zu vermessenden Gegenstand anzubringen, und — für die Verbindung mit dem Kraftmesser — eine Bohrung am Heck. Als Messfläche wird eine dünne Sperrholzplatte genutzt, in welche

eine schmale Aussparung für den unteren Haken gesägt wird. Um die Kraftmessung nur in eine Raumrichtung zuzulassen, werden mit einem Stechbeitel Schienen für den Messwagen in die Platte gehauen. Ein Foto des Versuchsaufbaus ist in Darstellung 5.1 abgebildet.

Bereits nach den ersten Messungen stellt sich allerdings heraus, dass der Versuchsaufbau aus mehreren Gründen ungeeignet ist

- Federkraftmesser haben einen relativ langen *Hubweg*. Dadurch wird nur für einen Sekundenbruchteil der wahre Abstand des Föhns zu der Kugel vermessen, da der Messwagen einige Zentimeter vorwärts rollt, was in einem Ausschlag des Federkraftmessers auf eine Kraft $N_{\max}$ gesehen werden kann, deren Anzeigedauer jedoch nicht lang genug für eine Aufzeichnung ist.
- Bei der Versuchsanordnung befindet sich der Ball nicht unmittelbar unterhalb der Platte, sondern in einem Abstand von ca. 1 cm, was für eine Modellierung des Strömungsverhaltens im zu erstellenden Versuchsaufbau nicht hinnehmbar ist. Zudem ist das Sperrholzstück zu kurz, als dass das Gebläse direkt an ihm montiert werden könnte. Für verschiedene Messabstände ist jeweils eine zeitaufwendige Neukalibrierung erforderlich.
- Eine Messreihe von ausreichender Größe für eine mathematische Beschreibung benötigt sehr viele Messwerte, die nach SCHILLING u. a. (1987) im Bereich um 100 mN zu erwarten sind. Ein Federkraftmesser dieser Genauigkeit kann zwar beschafft werden, jedoch erfordern die näheren Föhnabstände s bei größerem Kugelradius r einen weiteren Kraftmesser für einen höheren Messbereich, was eine Vergleichbarkeit der Messungen wiederum unmöglich macht.



ABBILDUNG 5.2: Die orange-farbige Box in der Mitte des Fotos vom Messaufbau ist ein Coulomb-Kraftmesser. Dieser ist in x -Richtung beweglich an eine Stativstange montiert. Ein eingeschraubter Haken ermöglicht die Befestigung von zu vermessenden Luftwiderständen.

Aus einem Schülerversuch sind *Coulomb-Kraftmesser* bekannt (siehe Abbildung 5.2), die auf ein hundertstel mN genau messen können und zudem — laut Herstellerangaben von LEYBOLD DIDACTIC¹ — einen Hub von lediglich $\pm 0,5$ mm haben, womit diese Kraftmesser alle zuvor genannten Bedingungen erfüllt. Von Vorteil ist auch, dass durch die Messwerterfassung mit CASSY über ein Zeitintervall gemittelte Werte

¹ vgl. <http://www.ld-didactic.de/documents/de-DE/GA/GA/5/524/524060d.pdf>, abgerufen am 29.06.2016

und damit genauere Ergebnisse möglich sind.

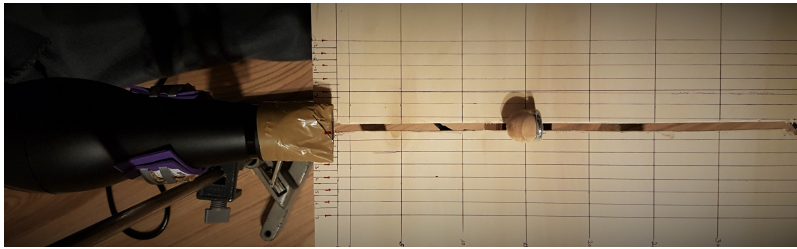


ABBILDUNG 5.3: Draufsicht des zweiten Versuchsaufbaus für die Messungen zur Strömungswiderstandskraft von Kugeln unterschiedlicher Radien. Ein Föhn ist beweglich auf einem Stativfuß an dem Messtisch angebracht, der mit einem Koordinatensystem für die Messreihen präpariert ist.

Ein Messtisch der Länge $l = 35$ cm, der aus Sperrholz und Möbelfüßen schnell hergestellt ist, erhält ein Koordinatensystem, um die Datenerfassung zuverlässig und zügig vornehmen zu können. In die Bohrung des Coulomb-Kraftmessers wird von oben durch eine Ausfräsung des Messtisches ein mit einer Kugel beklebter Haken geschraubt. Durch diesen Aufbau ist es möglich, die Bälle direkt oberhalb der Platte, jedoch reibungsfrei zu lagern. Das Gebläse wird auf einem schweren Stativ so angebracht, dass die Düsenöffnung 2 cm in die Platte hineinragt.

Die 56 Messreihen (4 Kugelradien $\times$ 7 Abstände $\times$ 2 Gebläsestufen) werden folgendermaßen aufgezeichnet: Der Kraftmesser wird in einem festen Abstand s_i zum Föhn fixiert. Dieser wird anschließend möglichst parallel zur x -Achse auf die 5 mm auseinanderliegenden Messpunkte geführt, wo nach einer Integrationszeit von 300 ms der jeweilige Messwert von der Benutzeroberfläche des *Cassy-Lab 2* abgelesen wird. Die ersten beiden Messungen sind in Tabelle 5.1 aufgelistet.

d in cm	Kraft in mN		d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1		Stufe 2	Stufe 1
-4,0 $\pm$ 0,1	0	0	-4,0 $\pm$ 0,2	0	0
-3,5 $\pm$ 0,1	6	2	-3,5 $\pm$ 0,2	3	0
-3,0 $\pm$ 0,1	60	42	-3,0 $\pm$ 0,2	32	5
-2,5 $\pm$ 0,1	115	70	-2,5 $\pm$ 0,2	67	35
-2,0 $\pm$ 0,1	150	90	-2,0 $\pm$ 0,2	111	71
-1,5 $\pm$ 0,1	210	122	-1,5 $\pm$ 0,2	170	104
-1,0 $\pm$ 0,1	276	177	-1,0 $\pm$ 0,2	217	145
-0,5 $\pm$ 0,1	303	188	-0,5 $\pm$ 0,2	249	156
0,0 $\pm$ 0,1	292	183	0,0 $\pm$ 0,2	250	157
0,5 $\pm$ 0,1	263	165	0,5 $\pm$ 0,2	235	146
1,0 $\pm$ 0,1	214	128	1,0 $\pm$ 0,2	205	121
1,5 $\pm$ 0,1	154	97	1,5 $\pm$ 0,2	159	84
2,0 $\pm$ 0,1	114	68	2,0 $\pm$ 0,2	114	62
2,5 $\pm$ 0,1	75	52	2,5 $\pm$ 0,2	65	30
3,0 $\pm$ 0,1	23	14	3,0 $\pm$ 0,2	10	2
3,5 $\pm$ 0,1	0	0	3,5 $\pm$ 0,2	0	0

(a) $s = 1$ cm

(b) $s = 5$ cm

TABELLE 5.1: Exemplarische Kraftmessung des Gebläses für eine Kugel mit $r = 17,5$ mm bei einem Abstand von (a), $s = 1$ cm und (b), $s = 5$ cm vom Föhn, der über zwei Gebläsestufen verfügt. Die Aufnahme der Messdaten erfolgt mit einem Coulomb-Kraftmesser.

Die Messungenauigkeit auf die Kraft F_{LW} beträgt nach den Herstellerangaben des verwendeten Gerätes 1 %, womit sie gegenüber der Justage des Gebläses vernachlässigbar ist. Wird der Haartrockner nicht genau parallel zur x -Achse ausgerichtet, so ergibt sich über den Tangens bei zunehmendem Abstand s eine Entfernungsdifferenz Δs von bis zu 1,1 cm, wenn davon ausgegangen wird, dass die Ausrichtung nur auf 2° genau erfolgt (hierzu sei auf grafische Auftragungen wie A.1 im Anhang verwiesen, bei denen eine *Schiefe* erkannt werden kann). Selbst bei der als gering angenommenen Abweichung übertrifft diese Unsicherheit diejenige des Messgerätes um den Faktor fünf.

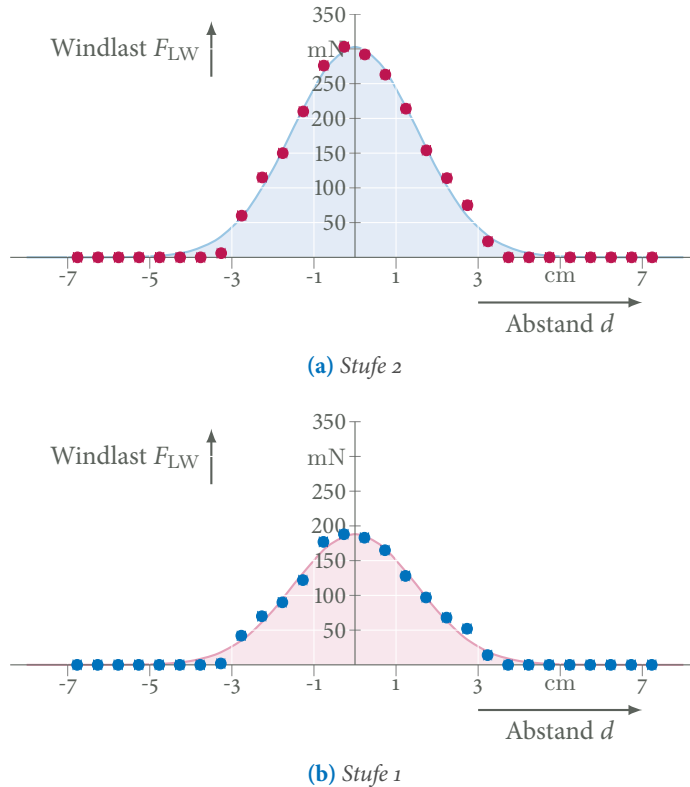


ABBILDUNG 5.4: Beispiel eines in Matlab erzeugten Gaußglocken-Fits für die Messung der Kugel mit $r = 17,5$ mm bei einem Abstand von $s = (1.0 \pm 0.1)$ cm. Als Anpassungsfunktion wird für alle Messreihen $f(d) = A \cdot \exp(-(d - \mu/2\sigma^2)^2)$ verwendet, da sie im Mittel die geringsten quadratischen Abweichungen bei den vorhandenen Daten liefert. Alle graphischen Auftragungen der Messwerte wurden um das jeweilige μ verschoben. Die Fehlerbalken sind kaum zu erkennen, da als Unsicherheit auf den Abstand des Gebläses von der Mittelachse ein Winkel von $\varphi = 2^\circ$ angenommen wird und damit die Messungenauigkeit linear mit dem Abstand des Föhns skaliert.

Abbildung 5.4 zeigt die Diagramme zu den Messwerten aus Tabelle 5.1. Die Kurvenanpassung in Form einer Gaußglocke, die mit der Software *Matlab* berechnet wird, folgt dem Modell

$$f(d) = A \cdot e^{-\left(\frac{d-\mu}{2\sigma^2}\right)^2}, \quad (5.1)$$

welches eine klassische *Gaußverteilung* darstellt (siehe Tab. 5.2). Werden nun die Integrale unterhalb der Kurven berechnet, so können diese als *an den Kugeln verrichtete Arbeit* W gesehen werden, wobei die Lösung

durch die Verschiebung der Messpunkte um μ das Integral vereinfacht:

$$W = \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} A \cdot e^{-\frac{d^2}{2\sigma^2}} dd \quad (5.2)$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \cdot A \cdot 2\sigma^2 \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{d}{2\sigma^2}\right),$$

wobei $\operatorname{erf}(d/2\sigma^2)$ die *gauß'sche Fehlerfunktion*

$$\operatorname{erf}\left(\frac{d}{2\sigma^2}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{d/2\sigma^2} e^{-\tau^2} d\tau \quad (5.3)$$

bezeichnet. Die Funktion ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung und konvergiert bereits ab $x = \pm 1$ schnell gegen ± 1 . Wie BRONSTEIN aufführt, gilt zudem

$$2\Phi(x) - 1 = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{\pi}}\right), \quad (5.4)$$

die Fehlerfunktion kann demnach mit der *Standardnormalverteilung* $\Phi(x)$ berechnet werden.¹

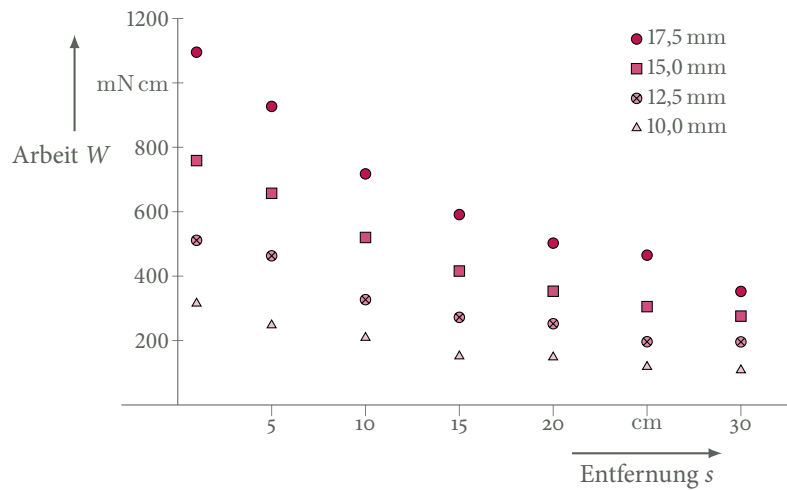
SCHILLING u. a. (1987) nehmen als verrichtete Arbeit das gesamte Integral unter $F_{LW}(d)$ an. Sind die Kugeln jedoch weiter von dem Gebläse entfernt, sind sie aufgrund der Anordnung des Analogieexperiments mit seinen zwei disjunkten Platten diejenigen, welche zu den *schnellen* (nur bis zu 1 m/s , womit das Adjektiv nicht überbewertet werden sollte) Kugeln gezählt werden, kürzer im Zentrum des Strömungsfeldes. Als Richtwert wird daher angenommen, dass sich die Kugeln bei einer Fixierung der Gebläse-Position bei $x = 0 \text{ cm}$ von $x = -3 \text{ cm}$ bis $x = 3 \text{ cm}$ im Strömungsfeld befinden.

Durch die Gleichung (5.2) werden die Arbeitsintegrale für die Sphären mit den Radien $r_1 = 10,0 \text{ mm}$, $r_2 = 12,5 \text{ mm}$, $r_3 = 15,0 \text{ mm}$ und $r_4 = 17,5 \text{ mm}$ berechnet. Mit Erinnerung an Abschnitt 4.3 wird von einer Proportionalität der Arbeit und damit auch der Impulsänderung mit der Projektionsfläche der Kugeln ausgegangen. Hierbei gilt $A_{\text{proj}_1} \cdot 3,06 = A_{\text{proj}_2} \cdot 1,96 = A_{\text{proj}_3} \cdot 1,36 = A_{\text{proj}_4}$. Die Integrale sind in Abbildung 5.5 für die einzelnen Messreihen aufgetragen. Es ist gut zu sehen, dass die Hypothese angenommen werden kann, obwohl zwei Messreihen für die Kugel mit dem Radius 10 mm um bis zu 20% unter den erwarteten Werten liegen. Für die eingezeichnete polynomische Anpassung wurde daher die kleinste Kugel nicht berücksichtigt.

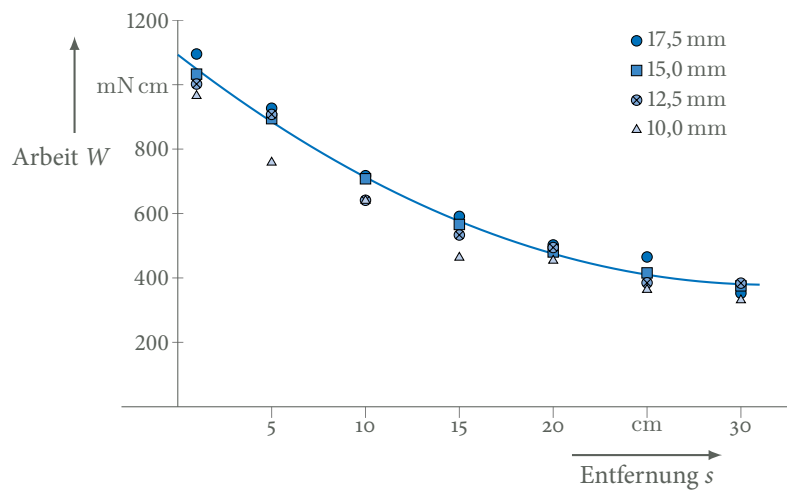
¹ vgl. BRONSTEIN, I. N., SEMENDJAJEW, K. A., MUSIOL, G. und MÜHLIG, H. (2008): Taschenbuch der Mathematik (7., vollständig überarbeitete und ergänzte Auflage). Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch GmbH, S. 517.

Radius r in mm	Abstand s in cm	Amplitude A in mN	μ	$2\sigma^2$	R^2
17,5	1	302,8	2,143	-0,240	0,994
	5	260,4	2,099	-0,050	0,993
	10	183,9	2,378	-0,378	0,993
	15	152,8	2,349	-0,201	0,995
	20	121,4	2,604	-0,404	0,997
	25	95,2	3,650	-0,444	0,986
	30	73,2	3,518	-0,626	0,992
15,0	1	230,9	1,903	-0,268	0,997
	5	199,2	1,912	-0,489	0,988
	10	140,9	2,201	-0,564	0,988
	15	106,5	2,381	-0,452	0,997
	20	85,2	2,609	-0,374	0,997
	25	65,7	3,237	-0,746	0,996
	30	55,9	3,755	-0,526	0,978
12,5	1	157,9	1,870	-0,484	0,994
	5	139,7	1,923	-0,660	0,988
	10	100,9	1,873	-0,596	0,994
	15	73,3	2,219	-0,855	0,995
	20	60,1	2,665	-0,345	0,994
	25	44,9	2,868	-1,262	0,996
	30	39,9	3,689	-1,572	0,992
10,0	1	104,1	1,733	-0,631	0,996
	5	83,6	1,693	-0,501	0,988
	10	66,7	1,799	-0,496	0,993
	15	49,9	1,735	-0,492	0,990
	20	38,9	2,302	-0,594	0,991
	25	29,3	2,512	-0,780	0,976
	30	25,2	2,768	-1,538	0,987

TABELLE 5.2: Ergebnisse der Gauß-Anpassungen für die Messreihen auf der höheren Gebläsestufe. μ und σ sind ohne Einheit aufgeführt, da das Argument einer Exponentialfunktion stets dimensionslos ist. Wollte man sie mit aufführen, so wäre $[\mu] = \text{m}$ und $[\sigma] = \sqrt{\text{m}}$. Als Bestimmtheitsmaß wird R^2 gewählt, das für eine Anpassung, die keine Residuen übriglasst, den Wert eins annimmt.



(a)



(b)

ABBILDUNG 5.5: Geplottet sind die Arbeitsintegrale nach Gleichung (5.2). (a): Je kleiner der Kugelradius r , desto geringer ist die Strömungswiderstandskraft und damit auch das Integral über selbige. (a): Durch Multiplikation der Arbeitsintegrale mit den Proportionalitätsfaktoren, welche aus den Kugelprojektionsflächen berechnet werden, kann die lineare Skalierung gezeigt werden.

GESCHWINDIGKEITSMESSUNG DER ANSTRÖMUNG 5.2

Mit der ausgemessenen Kraftwirkung können ebenfalls die Widerstandsbeiwerte c_W berechnet und mit den Literaturwerten aus 4.1 verglichen werden, sofern die Geschwindigkeit der Anströmung bekannt ist. Zu diesem Zweck wird ein simples *Anemometer* ¹ gebaut. Die Konstruktion kann an dem Foto 5.6 erläutert werden:

¹ Windgeschwindigkeitsmesser

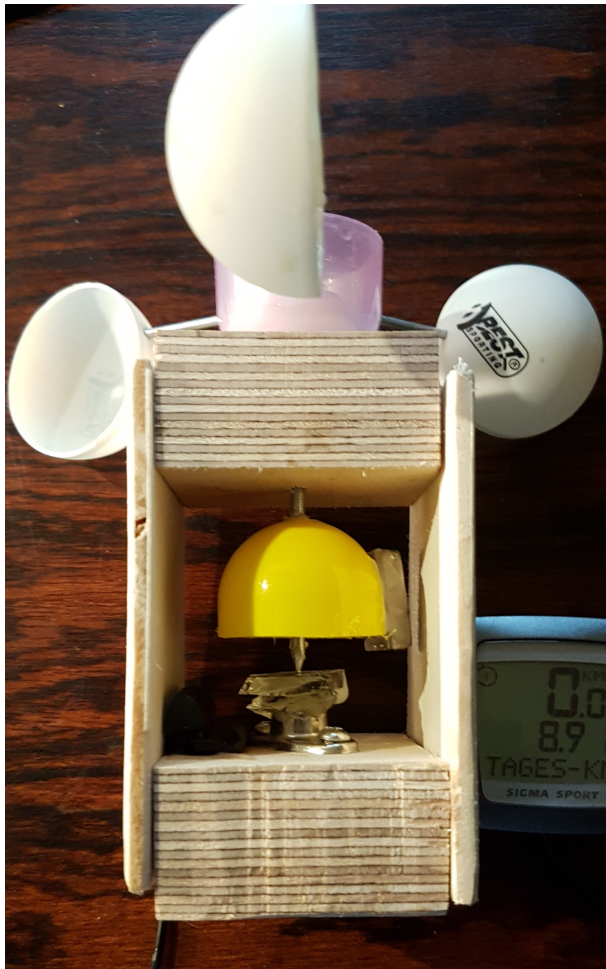


ABBILDUNG 5.6: Aus einfachen Materialien und einem Fahrradcomputer gebautes Anemometer. Die Idee hinter dem Funktionsprinzip kommt von RÜDIGER STENZEL: <http://www.dc4fs.de/wetter/anemo.htm>. Die Tischtennisballhälften drehen sich bei einem Luftstrom und versetzen damit einen Stahlstift in Rotation, an dem wiederum ein Magnet befestigt ist, der bei jeder Umdrehung durch einen REED-KONTAKT detektiert wird.

Zwei Tischtennisbälle werden halbiert, um möglichst leichte Schalen zu erhalten. Am Rand jeder Hälfte wird ein kleines Loch gebohrt, durch welches ein Stahlnagel von 30 mm Länge gesteckt und anschließend eingeklebt wird. Drei dergestalt präparierte Schalen steckt man nun — jeweils um 120° gegeneinander verschränkt — durch Bohrungen in der Verschlusskappe eines Kosmetikartikels oder ähnlichem. Hierbei fixieren die drei kurzen Stifte auch einen weiteren Nagel von mindestens

60 mm Länge, der orthogonal und mittig platziert wird, bevor die Kappe mit *Epoxidharz* aufgefüllt wird.

Durch ein Stück dickeren Sperrholzes (in der Abbildung 30 mm) wird ein Loch von 4 mm Durchmesser gebohrt, in welches ein passend abgelängter Teil eines Messingrohres mit gleichem Außendurchmesser eingeschlagen wird, um den langen Nagel möglichst *lotrecht* durchzuführen. An dem unteren Ende des Stahlstiftes wird eine weitere Halbschale fixiert, an welcher ein Magnet angeklebt ist (Mitte rechts im Bild).

Der durch das Rohr geführte Stahlstift dreht sich durch einen Luftstrom bei geringer Reibung auf einer Glasscherbe, die auf die Bodenplatte geklebt ist. Rechts unten in dem Gehäuse befindet sich ein *Reed-Kontakt*, der beim Passieren des Magneten schließt. Durch Vermessen der Distanz von den Schalenmitten zu dem Stahlstift wird der *Radumfang* am Fahrradcomputer eingegeben.

Entfernung s in cm	Strömungsgeschwindigkeit v in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	
	Stufe 1	Stufe 2
$1,0 \pm 0,1$	115 ± 12	91 ± 9
$5,0 \pm 0,2$	106 ± 11	84 ± 8
$10,0 \pm 0,3$	93 ± 9	73 ± 7
$15,0 \pm 0,5$	82 ± 8	61 ± 6
$20,0 \pm 0,7$	73 ± 7	57 ± 6
$25,0 \pm 0,9$	65 ± 7	51 ± 5
$30,0 \pm 1,1$	58 ± 6	45 ± 5

TABELLE 5.3: Auflistung der Luftgeschwindigkeiten des Gebläses. In dieser Messreihe wird der Haartrockner an der linken Seite des Anemometers, mit der Düse genau mittig vor einer Kugelschale, positioniert.

Die Verifikation der Justierung erfolgt, indem der Anemometer bei eingeschaltetem Tempomat eines Autos möglichst weit aus dem (Beifahrer-) Fenster gehalten wird. Mit diesem Messgerät werden die Strömungsgeschwindigkeiten des Föhns für die Entfernungen s_i bestimmt und in Tabelle 5.3 aufgelistet, wobei eine Messungenauigkeit von 10 % auf die Geschwindigkeit und die bereits genannten — über den Tangens berechneten — Werte für den Gebläseabstand angenommen werden.

Abstand s in cm	$10^{-3} \cdot Re$ o. E.	$c_{W, \text{exp}}$ o. E.	$c_{W, \text{theo}}$ o. E.	Abweichung in %
$1,0 \pm 0,1$	78,46	0,49	0,50	-0,4
$5,0 \pm 0,2$	72,32	0,50	0,49	1,3
$10,0 \pm 0,3$	63,45	0,46	0,49	-5,1
$15,0 \pm 0,5$	55,95	0,49	0,48	2,6
$20,0 \pm 0,7$	49,81	0,50	0,47	5,3
$25,0 \pm 0,9$	44,35	0,50	0,47	7,0
$30,0 \pm 1,1$	30,70	0,47	0,46	2,1

TABELLE 5.4: Gegenüberstellung experimenteller und theoretischer c_W -Werte für Stufe 2 und 17,5 mm Radius. Bei den Geschwindigkeiten, die das Gebläse erreicht, ist keine Korrektur für kompressible Fluide nötig. Es zeigt sich, dass die Messungen gut mit den erwartbaren Werten übereinstimmen und eine Näherung mit $c_W = 0,45 \pm 0,05$ ausreichend gewesen wäre.

Mit den nun bekannten Geschwindigkeiten kann ein mittlerer c_W Wert für die Kugeln bestimmt werden. Für die Gebläsestufe 2 führt Tabelle

5.4 die Reynolds-Zahlen, experimentellen und theoretischen Luftwiderstandsbeiwerte der größten Kugel auf. Die restlichen Gegenüberstellungen befinden sich im Anhang (Tab. A.7, A.8).

Als Nebeneffekt der Analyse des c_W -Wertes kann schließlich gezeigt werden, dass bei den Versuchsparametern der Energieverlust auf Grund des Luftwiderstandes vernachlässigbar klein ist:

Sei die Starthöhe maximal, d. h. $h = 10$ cm, so folgt aus der Energieerhaltung

$$v = \sqrt{\frac{10}{7}gh} \approx 1,18 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Es gilt demnach für die Luftwiderstandskraft

$$F_W = c_W A \frac{\rho \dot{x}^2}{2} \approx 0,4 \text{ mN}$$

für die größten verwendeten Kugeln und maximal mögliche Geschwindigkeit in x -Richtung. Geht man näherungsweise von gleichbleibender Bewegungsgeschwindigkeit aus, so ist $F \cdot x = \Delta E_{\text{LW}}$. Auf einer Strecke von 50 cm gilt damit $\Delta E_{\text{LW}} \approx 0,2 \text{ mN m}$ gegenüber der Lageenergie von 15,9 mN m einer der verwendeten Holzkugeln mit einer Dichte um 700 kg/m^3 .

VORFAKTOR DER POTENTIELLEN ENERGIE 5.3



ABBILDUNG 5.7: Die Bahnen der Kugeln 8–10 der Messreihe mit Kugeldurchmesser $r = 35$ mm. Die Rampe befindet sich bei $y = 0$ cm, die Düse des Gebläses bei $x = 60$ cm und $y = 25$ cm.

Wie sich bei dem Vergleich mit MAIS herausgestellt hat, werden nur gut 80 % der potentiellen in kinetische Energie umgesetzt. Um zu überprüfen, ob das neue Konzept für eine Beschleunigereinheit dazu in der Lage ist, die Energie signifikant besser umzuwandeln, wird neben den Daten aus Tabelle 4.7 eine Messreihe mit der neuen Startvorrichtung aufgezeichnet, um anschließend einen *Zweistichproben-Test* durchzuführen (siehe Abb. 5.7).¹

Bei der Messreihe werden 10 Kugelbahnen (Radius 17,5 mm) per Video aufgezeichnet. An der Beschleunigereinheit sind fünf Markierungen angebracht, von denen aus jeweils zwei Kugeln (1 und 6, 2 und 7 etc.) losgelassen werden. Ein Überblick der Messung liefert Tabelle 5.5.

¹ vgl. CRAMER und KAMPS, 2008, S. 283.

Kugel Nr.	Höhe h in mm	E_{pot} in mN m	E_{kin} in mN m	Abweichung in %
1	22	3,392	3,050	10,1
2	24	3,700	3,398	8,2
3	35	5,396	5,242	2,8
4	47	7,245	6,922	4,5
5	60	9,250	8,813	4,7
6	22	3,392	2,915	14,0
7	24	3,700	3,398	8,2
8	35	5,396	4,930	8,6
9	47	7,245	6,706	7,4
10	60	9,250	7,517	18,7

TABELLE 5.5: Videoanalyse einer Messreihe mit Holzkugeln des Radius $r = 17,5$ mm. Es werden die ersten 0,2 s zur Berechnung der kinetischen Energie verwendet.

Seien die beiden unabhängigen Stichproben normalverteilt mit dem Erwartungswert μ und der Varianz σ^2 , d. h.

$$X_1, \dots, X_{n_1} \stackrel{iid}{\sim} N(\mu_1, \sigma^2), Y_1, \dots, Y_{n_2} \stackrel{iid}{\sim} N(\mu_2, \sigma^2),$$

wobei angenommen wird, dass die Varianzen gleich sind, da die jeweiligen Startvorrichtungen aus dem gleichen Material erstellt wurden, so ergibt sich der Schätzer für die Varianz zu

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2} \left(\sum_{i=1}^{n_1} (X_i - \bar{X})^2 + \sum_{j=1}^{n_2} (Y_j - \bar{Y})^2 \right) \approx 18,49$$

Überprüft wird nun die Teststatistik $\hat{D}$

$$\hat{D} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\hat{\sigma} \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \approx -6,84$$

mit der Entscheidungsregel die Nullhypothese $H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ wird abgelehnt, falls

$$\hat{D} < -t_{1-\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$$

gilt, wobei $t_{1-\alpha}$ das Beta-Quantil der T-Verteilung ist ¹. Mit

$$^1 \beta = 1 - \alpha$$

$$-t_{0,9995}(17) = -3,965 > \hat{D}$$

kann zum Signifikanzniveau 99,95 % bewiesen werden, dass der Erwartungswert der Abweichung zwischen potentieller und kinetischer Energie geringer als bei der alten Startvorrichtung ist.

Die Messungen der größten Holzkugeln haben im Mittel eine Umsetzung von 93 % der Lageenergie in kinetische Energie ergeben. Daher wird das Funktionsprinzip der neuen Startvorrichtung als überlegen angesehen, bei der mathematischen Beschreibung der Bewegungsglei-

chung $0,9 \cdot E_{\text{pot}} \approx 7/10 mv^2$ gesetzt und schließlich vorgeschlagen, diese Beschleunigereinheit von der mechanischen Werkstatt anfertigen zu lassen.

VORAUSSAGBARKEIT 5.4

Im Zuge der Planung des Versuchsaufbaus wurde das erwartete Verhalten von Kugeln modelliert. Mit der im vorigen Abschnitt beschriebenen Messreihe wird nun überprüft, inwiefern das Modell Gültigkeit besitzt.

Für den Einfluss der schiefen Ebene werden die in Kapitel 4 aufgestellten Bewegungsgleichungen für die x - und y -Positionen der rollenden Massen verwendet. Die Krafteinwirkung des Strömungsfeldes wird zunächst als punktueller Kraftstoß angenommen, der eine Geschwindigkeitsänderung in y -Richtung verursacht. Damit ergeben sich die graphischen Auftragungen in Abbildung 5.8

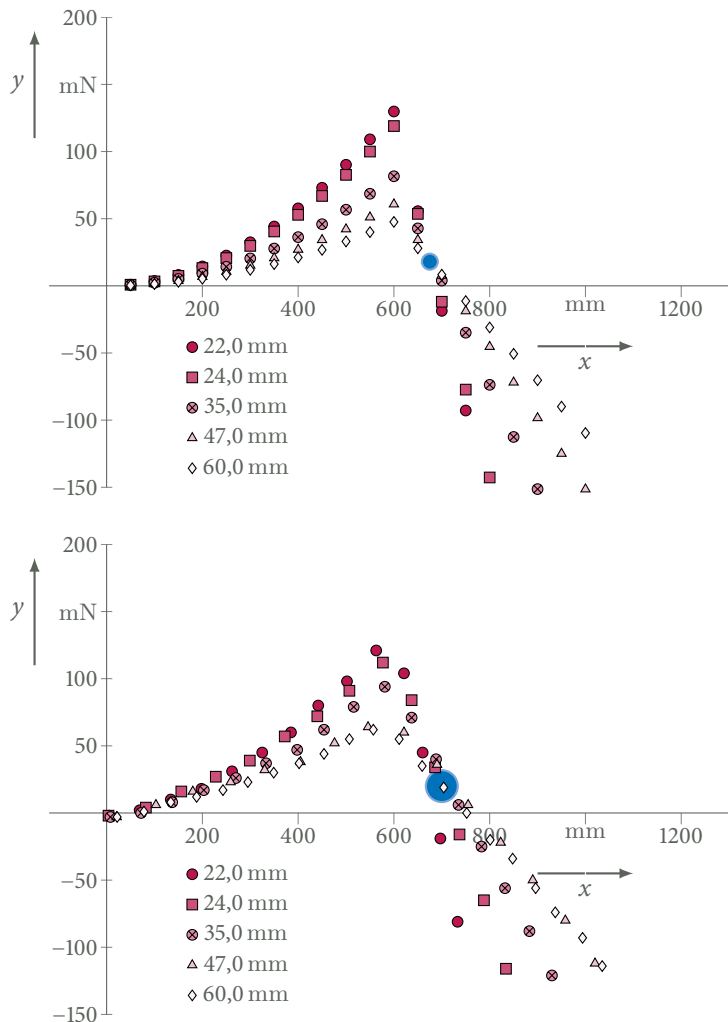


ABBILDUNG 5.8: Plots der theoretisch berechneten Kugelbahnen für Starthöhen h , die mit denjenigen der Videoanalysen nahezu übereinstimmen. Der blaue Kreis deutet die approximative Fokussierungszone an (bei $(x,y)^T = [(675,19)^T \pm (10,2)^T]$ mm).

ABBILDUNG 5.9: Plots der gemessenen Kugelbahnen für die Massen 6–10 mit den Starthöhen h_i . Der blaue Kreis deutet die ungefähre Fokussierungszone an (bei $(x,y)^T = [(700,20)^T \pm (20,4)^T]$ mm).

Die Kugeln 6–10 sind in Abbildung 5.9 aufgetragen. Die Fokussierungs-Zone liegt ca. 2,5 cm weiter als es bei den rechnerischen Werten der Fall ist, was sich mit den Erwartungen deckt: Die Impulsänderung erfolgt nach der Modellierung über eine Strecke von 6 cm, d. h. drei Zentimeter vor $x = 60$ cm und drei dahinter. Über diese Distanz werden die Kugeln auf eine Kreisbahn gezwungen, wie dies auch im magnetischen Feld der Fall ist. Je schneller die Kugel, desto größer der Radius. Dadurch verschiebt sich die Spur der Kugeln im Mittel um die halbe Strecke des Kraftstoßes, d. h. $\frac{6}{2}$ cm = 3 cm.

Die weiteren Messreihen mit Holzkugeln haben ähnliche, jedoch nicht so gute Ergebnisse geliefert. Die Fokussierung erfolgte jeweils im Bereich von $y = 2$ cm bis 5 cm, wobei es zu mehr Fehlmessungen gekommen ist, die durch die Asymmetrie der Kugeln, mangelhafte Justierung der Startrampe und ein Hüpfen an dem Übergang zwischen den beiden Platten bedingt waren. Die Glasmurmeln lieferten keine akzeptablen Ergebnisse.

Bei dem endgültigen Versuchsaufbau sollten die Übergänge bis zu 5 cm abgeklebt werden, um die Höhendifferenz mit Acryl auszugleichen. Nach einer Antrockenzeit von einigen Stunden kann der gesamte Experimentiertisch beispielsweise mit Klavierlack ausgerollt werden, was den zusätzlichen Vorteil einer größeren Oberflächenhärte liefert, was den Rollwiderstand reduziert.

Die Verlässlichkeit ließe sich weiter erhöhen, indem industriell gefertigte Kugeln in Kugellagerqualität beschafft werden würden. Für einen Versuchsnachmittag sollte ein vollständiger Satz genügen.

SCHLUSSBEMERKUNGEN

6

Mittels der experimentell gewonnenen Daten wird ein mögliches Grobkonzept für einen Praktikumsversuch nebst möglicher Lernziele vorgestellt, worauf ein persönliches Fazit dieser Examensarbeit folgt

VERSUCHSKONZEPT 6.1

Um einen motivierenden Analogieversuch durchführen zu können, wäre es vorteilhaft, alle Kugelarten gleich einzufärben, damit sie nur haptisch unterschieden werden können. Bei einer Benutzung von beispielsweise unlackierten Aluminium- und Acrylkugeln könnte bei den Studierenden ein Akzeptanzproblem der Analogie auftreten, da man im Regelfall bei der Massenspektrometrie vor der Untersuchung auch nicht weiß, wie der Ausgang sein wird.

Werden vier Kugelradien und -arten genutzt, ergibt sich die Möglichkeit, mindestens zwei Dichte-Radius-Kombinationen einzusetzen, die das gleiche Masse-Projektionsfläche-Verhältnis (bzw. im Primärbereich das gleiche q/m -Verhältnis) aufweisen. Dieses ungleiche Paar kann als Einstieg — nachdem die Kugeln herumgereicht worden sind — analysiert werden. Das spürbar unterscheidbare Gewicht in Verbindung mit der gleichen Aufspaltung führt zu einem *kognitiven Konflikt*, der zu den wichtigsten Hilfsmitteln für motivierende Einstiege und langfristiges Behalten zählt.

Dabei soll darauf geachtet werden, die Kugeln von der gleichen Höhe abzurollen, da anschließend zwei nicht von den Studierenden ertastete Kugeln gleichen Gewichts heruntergerollt werden, woran eine kurze Diskussion anschließen kann.

Die eigentliche Durchführung des Versuches bietet mannigfaltige Herangehensweisen. Es wäre selbst eine Videoanalyse durchführbar, die jedoch stark reduziert sein müsste: Im Praktikumsversuch VID des I. Physikalischen Instituts der RWTH Aachen wird lediglich ein einziges Video aufgezeichnet und ausgewertet, jedoch füllt der Versuch nichtsdestotrotz einen halben Nachmittag. Im Vordergrund muss stets die Analyse von Probensubstanzen stehen. Ob einzelne *Elemente*, oder eine durchmischte Probe untersucht werden, unterscheidet sich allerdings nur im Schwierigkeitsgrad.

Auf Grundlage eines Lernzielkatalogs kann eine genaue Passung der Versuchsanleitung und -aufgaben erfolgen. Differenziert nach Studiengängen kann das Anforderungsniveau flexibel angepasst werden. Im Bereich der Zielebenen werden folgende Lernziele vorgeschlagen:

- Wie bei den meisten Gruppenversuchen können als *Leitziele* das heuristisch-problemlösende Denken und die Fähigkeit zur konstruktiven Gruppenarbeit gesehen werden. Insbesondere das Problemlösen als höchstes Anforderungsniveau kann durch einen Analogieversuch zu einem geschwindigkeitsfokussierenden Massenspektrometer geschult werden. Wird lediglich die Näherungsfunktion des Strömungsfeldes nach Kapitel 5 bei der Forderung nach einer vollständigen Analyse der q/m -Verhältnisse inklusive Betrachtung der Messungenauigkeiten angegeben, könnten jedoch auch einige Studenten schnell demotiviert werden und nicht weiter am Versuchsgeschehen teilnehmen.
- Anknüpfend an die Leitziele kann das Übertragen des Analogmodells auf den Lernbereich *Massenspektrometrie* als gehobenes *Richtziel* gesehen werden. Da die Massenanalyse so viele physikalische Gesetze vereint und kombiniert, stellt ihr Verständnis ebenfalls ein Richtziel dar. Weiterhin gehören auch das experimentelle Arbeiten und Modellieren von Zusammenhängen in diesen Zielbereich.
- KIRCHER betont, dass *Feinziele* lediglich in der Lehrerausbildung einen begrifflichen Wert haben, da die Operatoren wie *Verstehen* ohne Lerngruppenanalyse nicht auf ihre Erfüllung hin beurteilt werden können.¹
- Die *Grobziele*, welche bei der Auseinandersetzung mit dem hier beschriebenen Funktionsmodell verfolgt werden können, sind vielfältig. Neben den Gravitationskraft und den Strömungsfeldern des Analogiebereiches muss die Theorie der Wirkungsweise von elektrischen und magnetischen Feldern wiederholt werden. Die Verbindung dieser Bereiche über Isomorphie-Betrachtungen wie beispielsweise

$$qU_B \cong mgh$$

führt zu einer Vernetzung von Wissen und damit zu einem erleichterten Übergang in das Langzeitgedächtnis.

Die Erweiterung des Funktionsmodell um einen Geschwindigkeitsfilter bringt zwar Schwierigkeiten in der Kalibration mit sich, bietet jedoch großes Lernpotential und verschiebt den Versuch auf der mathematisch-naturwissenschaftlichen Skala etwas weiter in Richtung der *Physik*.²

¹ vgl. KIRCHER u. a., 2015, S 86.

² vgl. MAIS, 2014, , dessen Konzeption aufgrund der Limitationen des vorigen Analogiemodells eher auf die Stochastik ausgerichtet war. (S. 48–49).

FAZIT 6.2

Da die Massenspektrometrie eine in seiner Bedeutung herausstechende Analysemethode für die (Sport-)medizin, Naturwissenschaften und Industrie darstellt, wurde im Zuge dieser Hausarbeit der Versuch unternommen, ein geschwindigkeitsfokussierendes Funktionsmodell zu entwickeln, das auch abseits von Demonstrationsexperimenten und qualitativen Schülerversuchen eingesetzt werden kann. Physikstudenten sollte zwar die Möglichkeit eingeräumt werden, an einem aktuellem Massenspektrometer experimentieren zu dürfen, jedoch ist es sowohl aus Gründen des Fachwissens als auch der Interessen für Nebenfachstudierende sinnvoller — zumindest zu Beginn — das Funktionsprinzip an einem Analogiemodell zu erarbeiten.

Die hier vorgeschlagene Analogie erfüllt die beiden Kriterien nach KIRCHER: Der Modellversuch und ASTONS Massenspektrometer sind in der Bewegungsbeschreibung der Teilchen *oberflächenähnlich*, die Begriffe und Objekte von Primär- und Sekundärbereich sind weitestgehend *isomorph*. Die Unzulänglichkeiten von Analogiemodellen sollen in einem Praktikumsversuch hingegen nicht erörtert werden.¹

¹ vgl. KIRCHER u. a., 2015, S. 128–129.

Es konnte jedem Objekt des primären Lernbereichs im Analogieversuch begrifflich-mathematisch eine Entsprechung zugewiesen werden. Insbesondere die Energieerhaltung, Bewegungsgleichungen im Coulomb-Feld, die Impulsänderung beim Passieren eines Magnetfeldes, Masse und Ladung finden ihre Entsprechungen im entwickelten Versuchsaufbau.

Die ausgewählten Ähnlichkeitsbeziehungen konnten experimentell bestätigt werden, obwohl die Ungenauigkeit der selbstgebauten Startrampe und besonders der Holz- und Glaskugeln dazu beigetragen haben, dass eine große Menge an Messdaten durch Fehlmessungen immer weiter abgeschmolzen wurde.

Bei einer professionell gefertigten Ausführung liegt ein enormes Wertschöpfungspotential in dem vorgestellten Funktionsmodell, das — meines Wissens — das Erste ist, welches Impuls- und Energieanalyse, Massen- und Ladungsanalogien miteinander vereint. Diese Menge an Parametern, die bildlich als Stellschrauben gesehen werden können, führte dazu, dass ständig Komponenten verändert werden mussten. Obwohl ich um das frühe Stadium des Prototypen weiß, bin ich überzeugt, dass der Versuch MAS in naher Zukunft seinen Platz in den physikalischen Praktika für Nebenfachstudierende finden wird.

LITERATURVERZEICHNIS

- BLAUM, M. (2011, 8. Apr.): *Neukonzeption des Versuchs Quadrupolmassenspektrometer im Fortgeschrittenen-Praktikum* (Staatsexamensarbeit, Johannes Gutenberg Universität Mainz). (Siehe S. 4, 5).
- BÖHMER, M. (2013, 16. Mai): *Konzeption eines Analogie-Versuches zur Massenspektrometrie für ein Physikpraktikum für Biologie-Studierende* (Staatsexamensarbeit, RWTH Aachen). (Siehe S. 1, 32).
- BRONSTEIN, I. N., SEMENDJAJEW, K. A., MUSIOL, G. & MÜHLIG, H. (2008): *Taschenbuch der Mathematik* (7., vollständig überarbeitete und ergänzte Auflage). Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch GmbH. (Siehe S. 50).
- BUDZIKIEWICZ, H. & SCHÄFER, M. (2005): *Massenspektrometrie: Eine Einführung* (5., vollständig überarbeitete und aktualisierte Auflage). Weinheim: WILEY-VCH GmbH & Co. KGaA. (Siehe S. 1, 3–6).
- BÜHLER, A. & GRAF, E. (2002): Funktionsprinzip eines Massenspektrometers: Modellversuch zur Veranschaulichung. *Praxis der Naturwissenschaften - Chemie in der Schule* (2002), Bd. 6([51]): 33–36. (Siehe S. 28, 29).
- CLIFT, R., GRACE, J. & WEBER, M. (2013): *Bubbles, Drops, and Particles*. Dover Civil and Mechanical Engineering. Mineola, New York: Dover Publications. (Siehe S. 27, 28).
- CRAMER, E. & KAMPS, U. (2008): *Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik: Ein Skript für Studierende der Informatik, der Ingenieur- und Wirtschaftswissenschaften* (2., überarbeitete Auflage). Heidelberg: Springer-Verlag. (Siehe S. 35, 55).
- DEMTRÖDER, W. (2008): *Experimentalphysik I: Mechanik und Wärme* (5., neu bearbeitete und aktualisierte Auflage). Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag. (Siehe S. 8, 9).
- DEMTRÖDER, W. (2009): *Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik* (5., überarbeitete und erweiterte Auflage). Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag. (Siehe S. 7, 8).
- DEMTRÖDER, W. (2010): *Experimentalphysik III: Atome, Moleküle und Festkörper* (4., überarbeitete Auflage). Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag. (Siehe S. 14, 16, 17).
- DUBS, R. (2009): *Lehrerverhalten: Ein Beitrag zur Interaktion von Lehrenden und Lernenden im Unterricht*. Stuttgart: Franz Steiner Verlag. (Siehe S. 2, 19).

- FURLAN, P. (2012): *Das gelbe Rechenbuch 3: für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker*. Dortmund: Verlag Martina Furlan. (Siehe S. 13).
- GIANCOLI, D. C. (2010): *Physik: Lehr-und Übungsbuch* (3., erweiterte Auflage). München: Pearson Studium. (Siehe S. 9).
- GOLDSTEIN, E. (1886): Sitzungsberichte der Preußischen Akademie der Wissenschaften. (1886), Bd. 691: 691–699. (Siehe S. 14).
- GOMOLETZ, J., GREHN, J., KRAUSE, J., PETERS, G., SCHMIDT, H. K. & SCHWARZE, H. (2007): *Metzler Physik* (4. Auflage) (J. GREHN & J. KRAUSE, Hrsg.). Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlag Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH. (Siehe S. 12).
- GREINER, W. (2008a): *Klassische Mechanik I: Kinematik und Dynamik der Punktteilchen, Relativität* (8., überarbeitete und erweiterte Auflage). Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch GmbH. (Siehe S. 24).
- GREINER, W. (2008b): *Klassische Mechanik II: Teilchensysteme, Lagrange-Hamiltonsche Dynamik, Nichtlineare Phänomene* (8., überarbeitete und erweiterte Auflage). Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch GmbH. (Siehe S. 13).
- GROSS, J. H. (2012): *Massenspektrometrie: Ein Lehrbuch*. Berlin und Heidelberg: Springer-Verlag. (Siehe S. 1–4, 15).
- HALLIDAY, D., RESNICK, R. & WALKER, J. (2009): *Halliday Physik* (2., überarbeitete und ergänzte Auflage). Weinheim: WILEY-VCH GmbH & Co. KGaA. (Siehe S. 11).
- KIRCHER, E., GIRWIDZ, R. & HÄUSSLER, P. (2015): *Physikdidaktik: Theorie und Praxis* (3. Auflage). Berlin und Heidelberg: Springer Spektrum. (Siehe S. 20–23, 60, 61).
- KÖSTLER, M. (2010, 3. Dez.): *Bildgebende Massenspektrometrie: Apparative und präparative Entwicklung, sowie lateral hochauflösende Untersuchung artifizieller und biologischer Proben* (Inauguraldisertation, Gießen, Justus-Liebig-Universität). (Siehe S. 4).
- LUMER, C. (1999): Kognitivismus/Nonkognitivismus. *Enzyklopädie Philosophie*, Bd (1999), Bd. 1: 695–699. (Siehe S. 19).
- MAIS, A. (2014, 17. Juli): *Entwicklung eines Analogie-Versuches zur Massenspektrometrie für Biologie-Studierende* (Staatsexamensarbeit, RWTH Aachen). (Siehe S. 2, 30, 34, 35, 38, 60).
- MUCKENFUSS, H. (1995): *Lernen im sinnstiftenden Kontext: Entwurf einer zeitgemässen Didaktik des Physikunterrichts*. Berlin: Cornelsen. (Siehe S. 20).
- SCHILLER, C. (2016a): *Motion Mountain: The Adventure of Physics Volume III* (28. Auflage). München: Christoph Schiller. Zugriff unter <http://www.motionmountain.net/>. (Siehe S. 7, 11)

- SCHILLER, C. (2016b): *Motion Mountain: The Adventure of Physics Volume I* (28. Auflage). München: Christoph Schiller. Zugriff unter <http://www.motionmountain.net/>. (Siehe S. 24)
- SCHILLING, E., LUCHNER, K. & DEGER, H. (1987): Mechanisches Funktionsmodell eines geschwindigkeitsfokussierenden Massenspektrographen. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU)* (1987), Bd. 40([1]): 34–38. (Siehe S. 30–33, 44, 45, 47, 50).
- STROPPE, H. (2008): *Physik: für Studierende der Natur- und Ingenieurwissenschaften* (14., aktualisierte Auflage). München: Fachbuchverlag im Carl Hanser Verlag. (Siehe S. 26, 27).
- THE NUFFIELD FOUNDATION. (1970): *Chemistry. Teacher's Guide II: Topics 13 to 19*. Middlesex, England: Penguin Books Ltd. (Siehe S. 28, 29).
- TIPLER, P. A. (2010): *Moderne Physik* (2., verbesserte und aktualisierte Auflage). München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH. (Siehe S. 12, 14, 15).

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

ABB. 2.1	Komponenten eines Massenspektrometers	3
ABB. 2.2	Kugelsymmetrisches E-Feld	7
ABB. 2.3	Zwei-Ladungs-Systeme	8
ABB. 2.4	Ablenkung eines Elektrons im E-Feld	10
ABB. 2.5	Magnetfeld eines Stabmagneten und eines offenen Ringmagneten	11
ABB. 2.6	Das Fadenstrahlrohr-Experiment	13
ABB. 2.7	Apparatur zur q/m -Messung	15
ABB. 2.8	Parabelspektrograph von THOMSON	15
ABB. 2.9	Massenspektrograph von ASTON	17
ABB. 3.1	Der Lernzielraum	22
ABB. 4.1	Rollende Kugel auf einer schiefen Ebene	25
ABB. 4.2	Herleitung des NEWTON'schen Reibungsgesetzes	26
ABB. 4.3	Funktionsmodell eines Massenspektrometers der Nuffield Foundation	29
ABB. 4.4	Funktionsmodell eines Massenspektrometers von Bühler und Graf	29
ABB. 4.5	Analogieversuch zu Massenspektrometrie nach LUCHNER, DEGNER und SCHILLING	31
ABB. 4.6	Exemplarische Stroboskopaufnahme der ersten Messreihe	34
ABB. 4.7	Bewegungsprofile der ersten Kugel	37
ABB. 4.8	Transformierte Bewegung der ersten Kugel	37
ABB. 4.9	Aufspaltung mit Föhn als Analysator	38
ABB. 4.10	Technische Zeichnung der Beschleunigereinheit	40
ABB. 4.11	Gesägte und gehobelte Rampensegmente	41
ABB. 4.12	Fotografie der Zahnräder und Gewinde	41
ABB. 4.13	Draufsicht der gebauten Rampe	42
ABB. 4.14	3D-gedruckte Kugeln	43
ABB. 4.15	Aufgeschnittene Kugel aus dem 3D-Drucker	43
ABB. 4.16	Übergangsbereich schiefe Ebene	44
ABB. 4.17	Versuchsaufbau ohne Detektoren	44

ABB. 4.18	Detektionsnsprinzip	45
ABB. 5.1	Erster Versuchsaufbau zur Strömungskraftmessung	46
ABB. 5.2	Coulomb-Kraftmesser der Firma LD Didactic	47
ABB. 5.3	Zweiter Versuchsaufbau zur Strömungskraftmessung	48
ABB. 5.4	Beispielhafter Gaußglocken-Fit	49
ABB. 5.5	An einer vorbeirrollenden Kugel verrichtete Arbeit	52
ABB. 5.6	Selbstbau eines Anemometers	53
ABB. 5.7	Stroboskop-Effekt der Kugeln 8–10	55
ABB. 5.8	Plot der theoretisch berechneten Kugelbahnen	57
ABB. 5.9	Plot der gemessenen Kugelbahnen	57
ABB. A.1	Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 10,0$ mm, Abstand $s = 25$ cm bis $s = 30$ cm	xv
ABB. A.2	Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 10,0$ mm, Abstand $s = 1$ cm bis 20 cm	xvi
ABB. A.3	Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 12,5$ mm, Abstand $s = 1$ cm bis 20 cm	xvii
ABB. A.4	Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 12,5$ mm, Abstand $s = 25$ cm bis $s = 30$ cm	xviii
ABB. A.5	Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 15,0$ mm, Abstand $s = 1$ cm bis 20 cm	xix
ABB. A.6	Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 15,0$ mm, Abstand $s = 25$ cm bis $s = 30$ cm	xx
ABB. A.7	Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 17,5$ mm, Abstand $s = 5$ cm bis 25 cm	xxi
ABB. A.8	Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 17,5$ mm, Abstand $s = 30$ cm	xxii

TABELLENVERZEICHNIS

TAB. 2.1	Analogon zu der Ionisationskammer	5
TAB. 3.1	Methodisches Muster der Analogiebildung	21
TAB. 3.2	Ziele	23
TAB. 4.1	Widerstandsbeiwerte in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl	28
TAB. 4.2	Analogien Modellversuch Magnete	30
TAB. 4.3	Objektebene der Analogie	32
TAB. 4.4	Begriffsebene der Analogie	33
TAB. 4.5	Bestimmung des Drehwinkels	36
TAB. 4.6	Überprüfung auf lineare Bewegung	37
TAB. 4.7	Umsetzung der potentiellen in kinetische Energie	39
TAB. 5.1	Exemplarische Kraftmessung des Gebläses	48
TAB. 5.2	Ergebnisse der Gaußanpassungen für die höhere Gebläsestufe	51
TAB. 5.3	Luftgeschwindigkeitsmessung am Gebläse	54
TAB. 5.4	Gegenüberstellung experimenteller und theoretischer c_W -Werte	54
TAB. 5.5	Umsetzung der potentiellen in kinetische Energie II	56
TAB. A.1	Ergebnisse der Gaußanpassungen für die niedrigere Gebläsestufe	vii
TAB. A.2	Kraftmessung des Gebläses. Kugelradius $r = 17,5$ mm, $s = 10$ cm bis 30 cm	viii
TAB. A.3	Kraftmessung des Gebläses. Kugelradius $r = 15,0$ mm, $s = 1$ cm bis 25 cm	ix
TAB. A.4	Kraftmessung des Gebläses. Kugelradius $r = 12,5$ mm, $s = 1$ cm bis 25 cm	x
TAB. A.5	Kraftmessung des Gebläses. Kugelradius $r = 10,0$ mm, $s = 1$ cm bis 25 cm	xi
TAB. A.6	Kraftmessung des Gebläses. Kugelradien $r = 10,0$ mm bis 15,0 mm, $s = 30$ cm	xii

TAB. A.7	Experimentelle und theoretische c_W -Werte für Stufe 2 xiii
TAB. A.8	Experimentelle und theoretische c_W -Werte für Stufe 1 xiv

MESSDATEN



TABELLEN A.1

TABELLE A.1: Ergebnisse der Gaußanpassungen für die niedrigere Gebläsestufe.

Radius r in mm	Abstand s in cm	Amplitude A in mN	μ	$2\sigma^2$	R^2
17,5	1	188,1	2,133	-0,230	0,990
	5	165,1	1,962	-0,123	0,991
	10	125,7	2,092	-0,679	0,992
	15	80,2	2,141	-0,533	0,994
	20	72,7	2,743	-1,408	0,991
	25	59,2	3,421	-0,612	0,992
	30	42,7	3,499	-0,931	0,975
15,0	1	143,4	1,929	-0,367	0,996
	5	117,9	1,836	-0,615	0,994
	10	84,3	2,067	-0,690	0,990
	15	64,6	2,338	-0,452	0,995
	20	50,3	2,392	-0,608	0,985
	25	39,9	3,051	-1,257	0,991
	30	34,2	3,831	-1,841	0,973
12,5	1	101,2	1,832	-0,526	0,993
	5	87,6	1,805	-0,617	0,991
	10	61,8	2,019	-0,769	0,992
	15	45,8	2,291	-1,138	0,997
	20	37,3	2,796	-1,119	0,993
	25	30,4	2,933	-1,923	0,993
	30	22,7	3,844	-1,802	0,981
10,0	1	65,6	1,752	-0,612	0,993
	5	51,5	1,530	-0,777	0,994
	10	37,9	1,612	-0,711	0,997
	15	27,5	1,540	-0,852	0,979
	20	23,4	2,309	-1,025	0,993
	25	17,7	2,412	-1,380	0,991
	30	13,7	2,679	-2,120	0,981

d in cm	Kraft in mN		d in cm	Kraft in mN		d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1		Stufe 2	Stufe 1		Stufe 2	Stufe 1
-5,5 ± 0,3	0	0	-5,5 ± 0,5	0	0	-5,5 ± 0,7	3	8
-5,0 ± 0,3	0	0	-5,0 ± 0,5	0	0	-5,0 ± 0,7	5	15
-4,5 ± 0,3	0	0	-4,5 ± 0,5	0	0	-4,5 ± 0,7	7	23
-4,0 ± 0,3	5	2	-4,0 ± 0,5	6	0	-4,0 ± 0,7	15	32
-3,5 ± 0,3	23	9	-3,5 ± 0,5	18	8	-3,5 ± 0,7	29	42
-3,0 ± 0,3	59	39	-3,0 ± 0,5	45	25	-3,0 ± 0,7	46	52
-2,5 ± 0,3	87	67	-2,5 ± 0,5	65	36	-2,5 ± 0,7	59	60
-2,0 ± 0,3	125	89	-2,0 ± 0,5	88	48	-2,0 ± 0,7	85	64
-1,5 ± 0,3	150	108	-1,5 ± 0,5	108	65	-1,5 ± 0,7	108	70
-1,0 ± 0,3	168	119	-1,0 ± 0,5	133	79	-1,0 ± 0,7	118	75
-0,5 ± 0,3	181	119	-0,5 ± 0,5	144	82	-0,5 ± 0,7	120	70
0,0 ± 0,3	175	115	0,0 ± 0,5	153	75	0,0 ± 0,7	116	60
0,5 ± 0,3	159	91	0,5 ± 0,5	148	60	0,5 ± 0,7	108	41
1,0 ± 0,3	130	72	1,0 ± 0,5	116	45	1,0 ± 0,7	86	30
1,5 ± 0,3	100	43	1,5 ± 0,5	93	34	1,5 ± 0,7	70	23
2,0 ± 0,3	81	25	2,0 ± 0,5	61	22	2,0 ± 0,7	56	14
2,5 ± 0,3	43	8	2,5 ± 0,5	44	15	2,5 ± 0,7	40	10
3,0 ± 0,3	20	2	3,0 ± 0,5	22	8	3,0 ± 0,7	23	7
3,5 ± 0,3	7	0	3,5 ± 0,5	5	2	3,5 ± 0,7	13	5
4,0 ± 0,3	0	0	4,0 ± 0,5	0	0	4,0 ± 0,7	6	0
4,5 ± 0,3	0	0	4,5 ± 0,5	0	0	4,5 ± 0,7	3	0

(a) $s = 10$ cm(b) $s = 15$ cm(c) $s = 20$ cm

d in cm	Kraft in mN		d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1		Stufe 2	Stufe 1
-7,0 ± 0,9	0	0	-7,0 ± 1,1	5	1
-6,5 ± 0,9	7	4	-6,5 ± 1,1	8	2
-6,0 ± 0,9	16	8	-6,0 ± 1,1	12	4
-5,5 ± 0,9	20	10	-5,5 ± 1,1	15	10
-5,0 ± 0,9	26	13	-5,0 ± 1,1	17	10
-4,5 ± 0,9	31	15	-4,5 ± 1,1	20	13
-4,0 ± 0,9	41	21	-4,0 ± 1,1	25	17
-3,5 ± 0,9	48	29	-3,5 ± 1,1	36	23
-3,0 ± 0,9	55	34	-3,0 ± 1,1	43	30
-2,5 ± 0,9	65	42	-2,5 ± 1,1	54	37
-2,0 ± 0,9	73	50	-2,0 ± 1,1	64	42
-1,5 ± 0,9	84	57	-1,5 ± 1,1	71	45
-1,0 ± 0,9	93	60	-1,0 ± 1,1	75	45
-0,5 ± 0,9	94	60	-0,5 ± 1,1	76	43
0,0 ± 0,9	95	60	0,0 ± 1,1	70	37
0,5 ± 0,9	93	53	0,5 ± 1,1	65	30
1,0 ± 0,9	87	43	1,0 ± 1,1	56	27
1,5 ± 0,9	76	38	1,5 ± 1,1	51	26
2,0 ± 0,9	60	32	2,0 ± 1,1	42	23
2,5 ± 0,9	50	28	2,5 ± 1,1	32	20
3,0 ± 0,9	39	22	3,0 ± 1,1	26	15
3,5 ± 0,9	30	14	3,5 ± 1,1	20	9
4,0 ± 0,9	19	11	4,0 ± 1,1	12	7
4,5 ± 0,9	8	7	4,5 ± 1,1	10	5
5,0 ± 0,9	5	4	5,0 ± 1,1	5	4
5,5 ± 0,9	0	0	5,5 ± 1,1	4	3
6,0 ± 0,9	0	0	6,0 ± 1,1	4	2

(d) $s = 25$ cm(e) $s = 30$ cmTABELLE A.2: Kraftmessung des Gebläses. Kugelradius $r = 17,5$ mm, $d = 10$ cm bis 30 cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-4,5 ± 0,1	0	0
-4,0 ± 0,1	0	0
-3,5 ± 0,1	4	2
-3,0 ± 0,1	34	24
-2,5 ± 0,1	57	49
-2,0 ± 0,1	105	69
-1,5 ± 0,1	154	99
-1,0 ± 0,1	199	130
-0,5 ± 0,1	222	141
0,0 ± 0,1	225	141
0,5 ± 0,1	200	117
1,0 ± 0,1	149	83
1,5 ± 0,1	98	57
2,0 ± 0,1	64	39
2,5 ± 0,1	19	14
3,0 ± 0,1	0	0
3,5 ± 0,1	0	0

(a) $s = 1$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-4,5 ± 0,2	0	0
-4,0 ± 0,2	0	0
-3,5 ± 0,2	2	0
-3,0 ± 0,2	20	18
-2,5 ± 0,2	64	43
-2,0 ± 0,2	119	73
-1,5 ± 0,2	155	95
-1,0 ± 0,2	194	111
-0,5 ± 0,2	193	115
0,0 ± 0,2	173	104
0,5 ± 0,2	149	81
1,0 ± 0,2	115	58
1,5 ± 0,2	86	36
2,0 ± 0,2	36	14
2,5 ± 0,2	6	0
3,0 ± 0,2	0	0
3,5 ± 0,2	0	0

(b) $s = 5$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-4,5 ± 0,3	0	0
-4,0 ± 0,3	3	0
-3,5 ± 0,3	10	5
-3,0 ± 0,3	44	26
-2,5 ± 0,3	75	44
-2,0 ± 0,3	101	58
-1,5 ± 0,3	117	72
-1,0 ± 0,3	132	83
-0,5 ± 0,3	131	84
0,0 ± 0,3	129	69
0,5 ± 0,3	116	63
1,0 ± 0,3	96	42
1,5 ± 0,3	58	33
2,0 ± 0,3	37	16
2,5 ± 0,3	14	7
3,0 ± 0,3	3	2
3,5 ± 0,3	0	0

(c) $s = 10$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-6,5 ± 0,5	0	0
-6,0 ± 0,5	0	0
-5,5 ± 0,5	0	0
-5,0 ± 0,5	0	0
-4,5 ± 0,5	2	0
-4,0 ± 0,5	8	4
-3,5 ± 0,5	19	9
-3,0 ± 0,5	38	19
-2,5 ± 0,5	54	35
-2,0 ± 0,5	69	42
-1,5 ± 0,5	86	53
-1,0 ± 0,5	103	61
-0,5 ± 0,5	104	63
0,0 ± 0,5	101	62
0,5 ± 0,5	92	53
1,0 ± 0,5	76	46
1,5 ± 0,5	53	34
2,0 ± 0,5	38	20
2,5 ± 0,5	22	14
3,0 ± 0,5	14	7
3,5 ± 0,5	6	4
4,0 ± 0,5	0	0
4,5 ± 0,5	0	0
5,0 ± 0,5	0	0
5,5 ± 0,5	0	0

(d) $s = 15$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-6,5 ± 0,7	0	0
-6,0 ± 0,7	0	0
-5,5 ± 0,7	2	0
-5,0 ± 0,7	4	0
-4,5 ± 0,7	8	2
-4,0 ± 0,7	11	5
-3,5 ± 0,7	21	14
-3,0 ± 0,7	34	28
-2,5 ± 0,7	44	34
-2,0 ± 0,7	54	39
-1,5 ± 0,7	69	46
-1,0 ± 0,7	84	48
-0,5 ± 0,7	84	50
0,0 ± 0,7	85	46
0,5 ± 0,7	76	42
1,0 ± 0,7	64	36
1,5 ± 0,7	48	24
2,0 ± 0,7	40	21
2,5 ± 0,7	26	16
3,0 ± 0,7	16	11
3,5 ± 0,7	10	6
4,0 ± 0,7	4	4
4,5 ± 0,7	0	0
5,0 ± 0,7	0	0
5,5 ± 0,7	0	0

(e) $s = 20$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-6,5 ± 0,9	5	0
-6,0 ± 0,9	4	4
-5,5 ± 0,9	9	4
-5,0 ± 0,9	11	6
-4,5 ± 0,9	20	14
-4,0 ± 0,9	26	18
-3,5 ± 0,9	34	24
-3,0 ± 0,9	36	31
-2,5 ± 0,9	48	34
-2,0 ± 0,9	54	36
-1,5 ± 0,9	63	40
-1,0 ± 0,9	66	39
-0,5 ± 0,9	66	36
0,0 ± 0,9	64	36
0,5 ± 0,9	57	29
1,0 ± 0,9	48	21
1,5 ± 0,9	41	16
2,0 ± 0,9	32	14
2,5 ± 0,9	24	10
3,0 ± 0,9	17	6
3,5 ± 0,9	12	4
4,0 ± 0,9	6	4
4,5 ± 0,9	4	2
5,0 ± 0,9	2	1
5,5 ± 0,9	0	0

(f) $s = 25$ cmTABELLE A.3: Kraftmessung des Gebläses. Kugelradius $r = 15,0$ mm, $d = 1$ cm bis 25 cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-5,0 ± 0,1	0	0
-4,5 ± 0,1	0	0
-4,0 ± 0,1	0	0
-3,5 ± 0,1	1	2
-3,0 ± 0,1	21	15
-2,5 ± 0,1	56	32
-2,0 ± 0,1	81	51
-1,5 ± 0,1	119	78
-1,0 ± 0,1	149	100
-0,5 ± 0,1	159	101
0,0 ± 0,1	141	86
0,5 ± 0,1	116	74
1,0 ± 0,1	89	51
1,5 ± 0,1	57	34
2,0 ± 0,1	32	21
2,5 ± 0,1	2	1
3,0 ± 0,1	0	0

(a) $s = 1$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-5,0 ± 0,2	0	0
-4,5 ± 0,2	0	0
-4,0 ± 0,2	0	0
-3,5 ± 0,2	3	1
-3,0 ± 0,2	27	9
-2,5 ± 0,2	68	34
-2,0 ± 0,2	94	52
-1,5 ± 0,2	112	71
-1,0 ± 0,2	130	82
-0,5 ± 0,2	136	84
0,0 ± 0,2	124	76
0,5 ± 0,2	99	62
1,0 ± 0,2	74	46
1,5 ± 0,2	44	20
2,0 ± 0,2	10	6
2,5 ± 0,2	1	2
3,0 ± 0,2	0	0

(b) $s = 5$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-5,0 ± 0,3	0	0
-4,5 ± 0,3	1	1
-4,0 ± 0,3	2	2
-3,5 ± 0,3	4	7
-3,0 ± 0,3	17	16
-2,5 ± 0,3	33	29
-2,0 ± 0,3	57	46
-1,5 ± 0,3	84	57
-1,0 ± 0,3	94	62
-0,5 ± 0,3	94	58
0,0 ± 0,3	91	49
0,5 ± 0,3	79	41
1,0 ± 0,3	55	33
1,5 ± 0,3	31	21
2,0 ± 0,3	11	9
2,5 ± 0,3	3	3
3,0 ± 0,3	0	0

(c) $s = 10$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-7,0 ± 0,5	0	0
-6,5 ± 0,5	0	0
-6,0 ± 0,5	0	0
-5,5 ± 0,5	0	0
-5,0 ± 0,5	0	2
-4,5 ± 0,5	4	4
-4,0 ± 0,5	10	9
-3,5 ± 0,5	19	15
-3,0 ± 0,5	32	26
-2,5 ± 0,5	44	33
-2,0 ± 0,5	52	39
-1,5 ± 0,5	66	44
-1,0 ± 0,5	75	46
-0,5 ± 0,5	69	41
0,0 ± 0,5	64	36
0,5 ± 0,5	52	29
1,0 ± 0,5	41	19
1,5 ± 0,5	21	11
2,0 ± 0,5	11	8
2,5 ± 0,5	6	4
3,0 ± 0,5	1	1
3,5 ± 0,5	0	0
4,0 ± 0,5	0	0
4,5 ± 0,5	0	0

(d) $s = 15$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-7,0 ± 0,7	0	0
-6,5 ± 0,7	0	0
-6,0 ± 0,7	0	1
-5,5 ± 0,7	1	2
-5,0 ± 0,7	3	5
-4,5 ± 0,7	6	8
-4,0 ± 0,7	10	13
-3,5 ± 0,7	15	19
-3,0 ± 0,7	24	25
-2,5 ± 0,7	32	29
-2,0 ± 0,7	40	34
-1,5 ± 0,7	48	35
-1,0 ± 0,7	58	37
-0,5 ± 0,7	59	35
0,0 ± 0,7	57	33
0,5 ± 0,7	54	29
1,0 ± 0,7	48	17
1,5 ± 0,7	40	16
2,0 ± 0,7	32	12
2,5 ± 0,7	17	7
3,0 ± 0,7	9	5
3,5 ± 0,7	4	2
4,0 ± 0,7	3	1
4,5 ± 0,7	0	0

(e) $s = 20$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-7,0 ± 0,9	1	2
-6,5 ± 0,9	2	4
-6,0 ± 0,9	4	5
-5,5 ± 0,9	4	7
-5,0 ± 0,9	7	11
-4,5 ± 0,9	10	13
-4,0 ± 0,9	17	18
-3,5 ± 0,9	26	22
-3,0 ± 0,9	34	27
-2,5 ± 0,9	36	29
-2,0 ± 0,9	42	30
-1,5 ± 0,9	45	30
-1,0 ± 0,9	45	28
-0,5 ± 0,9	41	26
0,0 ± 0,9	36	20
0,5 ± 0,9	30	13
1,0 ± 0,9	24	10
1,5 ± 0,9	18	7
2,0 ± 0,9	14	6
2,5 ± 0,9	9	5
3,0 ± 0,9	4	2
3,5 ± 0,9	4	1
4,0 ± 0,9	2	1
4,5 ± 0,9	1	0

(f) $s = 25$ cmTABELLE A.4: Kraftmessung des Gebläses. Kugelradius $r = 12,5$ mm, $d = 1$ cm bis 25 cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
$-4,0 \pm 0,1$	0	0
$-3,5 \pm 0,1$	1	0
$-3,0 \pm 0,1$	14	10
$-2,5 \pm 0,1$	38	23
$-2,0 \pm 0,1$	56	36
$-1,5 \pm 0,1$	81	51
$-1,0 \pm 0,1$	99	62
$-0,5 \pm 0,1$	102	63
$0,0 \pm 0,1$	89	57
$0,5 \pm 0,1$	72	47
$1,0 \pm 0,1$	46	31
$1,5 \pm 0,1$	22	15
$2,0 \pm 0,1$	5	1
$2,5 \pm 0,1$	0	0
$3,0 \pm 0,1$	0	0

(a) $s = 1$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
$-4,0 \pm 0,2$	0	0
$-3,5 \pm 0,2$	5	0
$-3,0 \pm 0,2$	13	5
$-2,5 \pm 0,2$	29	16
$-2,0 \pm 0,2$	39	27
$-1,5 \pm 0,2$	49	42
$-1,0 \pm 0,2$	78	51
$-0,5 \pm 0,2$	85	46
$0,0 \pm 0,2$	77	42
$0,5 \pm 0,2$	62	28
$1,0 \pm 0,2$	39	13
$1,5 \pm 0,2$	17	2
$2,0 \pm 0,2$	5	1
$2,5 \pm 0,2$	0	0
$3,0 \pm 0,2$	0	0

(b) $s = 5$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
$-4,0 \pm 0,3$	0	0
$-3,5 \pm 0,3$	5	1
$-3,0 \pm 0,3$	8	4
$-2,5 \pm 0,3$	20	11
$-2,0 \pm 0,3$	34	22
$-1,5 \pm 0,3$	50	29
$-1,0 \pm 0,3$	63	36
$-0,5 \pm 0,3$	62	37
$0,0 \pm 0,3$	60	32
$0,5 \pm 0,3$	55	22
$1,0 \pm 0,3$	36	11
$1,5 \pm 0,3$	16	6
$2,0 \pm 0,3$	7	3
$2,5 \pm 0,3$	2	0
$3,0 \pm 0,3$	0	0

(c) $s = 10$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
$-5,5 \pm 0,5$	0	0
$-5,0 \pm 0,5$	0	0
$-4,5 \pm 0,5$	0	0
$-4,0 \pm 0,5$	2	0
$-3,5 \pm 0,5$	4	3
$-3,0 \pm 0,5$	9	8
$-2,5 \pm 0,5$	17	10
$-2,0 \pm 0,5$	22	14
$-1,5 \pm 0,5$	32	20
$-1,0 \pm 0,5$	46	28
$-0,5 \pm 0,5$	51	29
$0,0 \pm 0,5$	45	20
$0,5 \pm 0,5$	40	11
$1,0 \pm 0,5$	23	6
$1,5 \pm 0,5$	11	2
$2,0 \pm 0,5$	4	1
$2,5 \pm 0,5$	2	0
$3,0 \pm 0,5$	0	0
$3,5 \pm 0,5$	0	0
$4,0 \pm 0,5$	0	0

(d) $s = 15$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
$-5,5 \pm 0,7$	0	0
$-5,0 \pm 0,7$	2	0
$-4,5 \pm 0,7$	4	2
$-4,0 \pm 0,7$	5	4
$-3,5 \pm 0,7$	11	6
$-3,0 \pm 0,7$	14	11
$-2,5 \pm 0,7$	19	18
$-2,0 \pm 0,7$	23	20
$-1,5 \pm 0,7$	33	22
$-1,0 \pm 0,7$	38	23
$-0,5 \pm 0,7$	40	22
$0,0 \pm 0,7$	37	19
$0,5 \pm 0,7$	33	15
$1,0 \pm 0,7$	22	11
$1,5 \pm 0,7$	17	7
$2,0 \pm 0,7$	9	5
$2,5 \pm 0,7$	6	3
$3,0 \pm 0,7$	5	2
$3,5 \pm 0,7$	2	0
$4,0 \pm 0,7$	0	0

(e) $s = 20$ cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
$-5,5 \pm 0,9$	0	0
$-5,0 \pm 0,9$	2	2
$-4,5 \pm 0,9$	6	4
$-4,0 \pm 0,9$	7	6
$-3,5 \pm 0,9$	10	9
$-3,0 \pm 0,9$	12	10
$-2,5 \pm 0,9$	17	14
$-2,0 \pm 0,9$	20	16
$-1,5 \pm 0,9$	29	18
$-1,0 \pm 0,9$	30	18
$-0,5 \pm 0,9$	31	16
$0,0 \pm 0,9$	29	13
$0,5 \pm 0,9$	19	8
$1,0 \pm 0,9$	14	6
$1,5 \pm 0,9$	14	5
$2,0 \pm 0,9$	10	3
$2,5 \pm 0,9$	7	2
$3,0 \pm 0,9$	4	1
$3,5 \pm 0,9$	2	0
$4,0 \pm 0,9$	0	0

(f) $s = 25$ cmTABELLE A.5: Kraftmessung des Gebläses. Kugelradius $r = 10,0$ mm, $d = 1$ cm bis 25 cm

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-7,0 ± 1,1	2	0
-6,5 ± 1,1	3	1
-6,0 ± 1,1	4	2
-5,5 ± 1,1	4	3
-5,0 ± 1,1	6	5
-4,5 ± 1,1	9	6
-4,0 ± 1,1	10	9
-3,5 ± 1,1	13	10
-3,0 ± 1,1	19	11
-2,5 ± 1,1	22	13
-2,0 ± 1,1	25	14
-1,5 ± 1,1	26	15
-1,0 ± 1,1	25	12
-0,5 ± 1,1	23	9
0,0 ± 1,1	18	6
0,5 ± 1,1	13	4
1,0 ± 1,1	10	4
1,5 ± 1,1	7	3
2,0 ± 1,1	6	2
2,5 ± 1,1	4	1
3,0 ± 1,1	2	1
3,5 ± 1,1	1	0
4,0 ± 1,1	0	0
4,5 ± 1,1	0	0
5,0 ± 1,1	0	0
5,5 ± 1,1	0	0
6,0 ± 1,1	0	0
6,5 ± 1,1	0	0
7,0 ± 1,1	0	0

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-7,0 ± 1,1	4	4
-6,5 ± 1,1	7	5
-6,0 ± 1,1	11	8
-5,5 ± 1,1	12	11
-5,0 ± 1,1	15	11
-4,5 ± 1,1	20	14
-4,0 ± 1,1	26	15
-3,5 ± 1,1	32	19
-3,0 ± 1,1	34	19
-2,5 ± 1,1	39	21
-2,0 ± 1,1	39	22
-1,5 ± 1,1	40	23
-1,0 ± 1,1	39	23
-0,5 ± 1,1	37	22
0,0 ± 1,1	34	20
0,5 ± 1,1	29	17
1,0 ± 1,1	23	11
1,5 ± 1,1	18	9
2,0 ± 1,1	15	8
2,5 ± 1,1	12	6
3,0 ± 1,1	9	4
3,5 ± 1,1	7	4
4,0 ± 1,1	6	3
4,5 ± 1,1	4	2
5,0 ± 1,1	4	1
5,5 ± 1,1	3	1
6,0 ± 1,1	2	1
6,5 ± 1,1	2	1
7,0 ± 1,1	1	1

d in cm	Kraft in mN	
	Stufe 2	Stufe 1
-7,0 ± 1,1	5	2
-6,5 ± 1,1	8	9
-6,0 ± 1,1	10	11
-5,5 ± 1,1	12	14
-5,0 ± 1,1	14	16
-4,5 ± 1,1	17	21
-4,0 ± 1,1	20	25
-3,5 ± 1,1	26	28
-3,0 ± 1,1	31	31
-2,5 ± 1,1	44	34
-2,0 ± 1,1	50	35
-1,5 ± 1,1	54	36
-1,0 ± 1,1	59	32
-0,5 ± 1,1	58	31
0,0 ± 1,1	56	28
0,5 ± 1,1	53	21
1,0 ± 1,1	44	16
1,5 ± 1,1	36	14
2,0 ± 1,1	34	12
2,5 ± 1,1	29	11
3,0 ± 1,1	24	9
3,5 ± 1,1	17	6
4,0 ± 1,1	14	5
4,5 ± 1,1	12	5
5,0 ± 1,1	9	4
5,5 ± 1,1	8	4
6,0 ± 1,1	4	4
6,5 ± 1,1	4	2
7,0 ± 1,1	4	2

(a) $s = 10,0$ mm(b) $r = 12,5$ mm(c) $r = 15,0$ mmTABELLE A.6: Kraftmessung des Gebläses. Kugelradien $r = 10,0$ mm bis $15,0$ mm, $s = 30$ cm

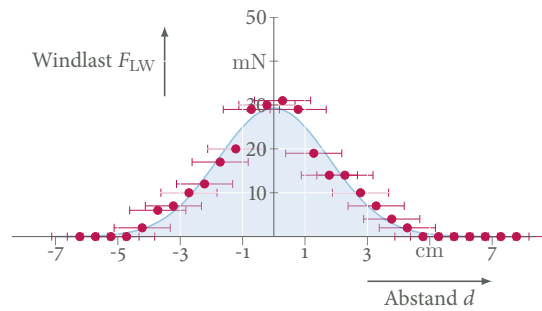
TABELLE A.7: Experimentelle und theoretische c_W -Werte für Stufe 2

Radius r in mm	Abstand s in cm	$10^{-3} \cdot Re$ o. E.	$c_{W,exp}$ o. E.	$c_{W,theo}$ o. E.	Abweichung in %
15,0	1,0 $\pm$ 0,1	67,25	0,51	0,49	3,6
	5,0 $\pm$ 0,2	61,99	0,52	0,49	6,0
	10,0 $\pm$ 0,3	54,39	0,48	0,48	0,0
	15,0 $\pm$ 0,5	47,95	0,47	0,47	-0,7
	20,0 $\pm$ 0,7	42,69	0,48	0,47	2,2
	25,0 $\pm$ 0,9	38,01	0,47	0,46	0,9
12,5	30,0 $\pm$ 1,1	33,92	0,50	0,46	9,0
	1,0 $\pm$ 0,1	56,04	0,50	0,48	3,7
	5,0 $\pm$ 0,2	51,66	0,52	0,48	9,3
	10,0 $\pm$ 0,3	45,32	0,49	0,47	4,1
	15,0 $\pm$ 0,5	39,96	0,46	0,46	-0,4
	20,0 $\pm$ 0,7	35,58	0,48	0,46	4,9
10,0	25,0 $\pm$ 0,9	31,68	0,46	0,46	-0,2
	30,0 $\pm$ 1,1	28,27	0,52	0,45	13,5
	1,0 $\pm$ 0,1	44,83	0,51	0,47	9,0
	5,0 $\pm$ 0,2	41,33	0,48	0,46	3,2
	10,0 $\pm$ 0,3	36,26	0,50	0,46	8,6
	15,0 $\pm$ 0,5	31,97	0,48	0,46	4,9
	20,0 $\pm$ 0,7	28,46	0,48	0,45	6,6
	25,0 $\pm$ 0,9	25,34	0,46	0,45	2,8
	30,0 $\pm$ 1,1	22,61	0,50	0,45	12,6

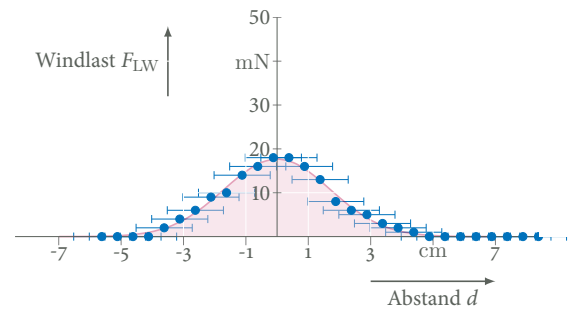
TABELLE A.8: Experimentelle und theoretische c_W -Werte für Stufe 1

Radius r in mm	Abstand s in cm	$10^{-3} \cdot Re$ o. E.	$c_{W,exp}$ o. E.	$c_{W,theo}$ o. E.	Abweichung in %
35	1,0 ± 0,1	62,09	0,49	0,49	0,8
	5,0 ± 0,2	57,31	0,50	0,48	3,9
	10,0 ± 0,3	49,81	0,51	0,47	7,1
17,5	15,0 ± 0,5	41,62	0,46	0,46	0,0
	20,0 ± 0,7	38,89	0,49	0,46	5,8
	25,0 ± 0,9	34,80	0,50	0,46	9,2
30	30,0 ± 1,1	39,57	0,48	0,46	3,8
	1,0 ± 0,1	53,22	0,50	0,48	5,4
	5,0 ± 0,2	49,12	0,48	0,47	2,2
15,0	10,0 ± 0,3	42,69	0,46	0,47	-0,6
	15,0 ± 0,5	35,67	0,51	0,46	11,3
	20,0 ± 0,7	33,33	0,46	0,46	0,5
25	25,0 ± 0,9	29,82	0,46	0,46	0,7
	30,0 ± 1,1	26,32	0,51	0,45	12,7
	1,0 ± 0,1	44,35	0,51	0,47	9,1
12,5	5,0 ± 0,2	40,94	0,52	0,46	11,2
	10,0 ± 0,3	35,58	0,49	0,46	5,8
	15,0 ± 0,5	29,73	0,52	0,46	14,6
20	20,0 ± 0,7	27,78	0,49	0,45	8,6
	25,0 ± 0,9	31,68	0,46	0,46	-0,2
	30,0 ± 1,1	21,93	0,49	0,45	9,5
10,0	1,0 ± 0,1	35,48	0,51	0,46	11,3
	5,0 ± 0,2	32,75	0,46	0,46	1,2
	10,0 ± 0,3	28,46	0,46	0,45	0,2
	15,0 ± 0,5	23,78	0,47	0,45	4,8
	20,0 ± 0,7	22,22	0,48	0,45	7,5
	25,0 ± 0,9	19,88	0,45	0,44	2,5
	30,0 ± 1,1	17,54	0,45	0,44	4,0

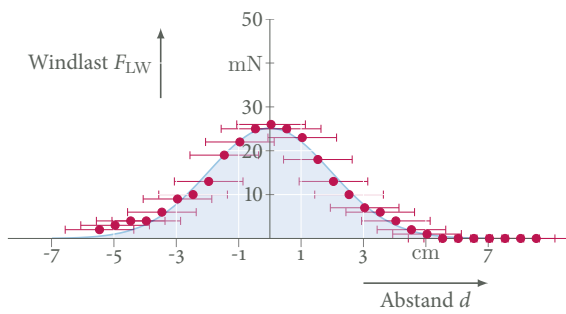
DIAGRAMME A.2



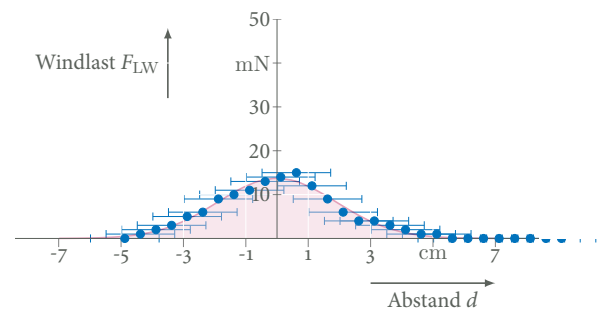
(a) Stufe 2, $s = 25$ cm



(b) Stufe 1, $s = 25$ cm

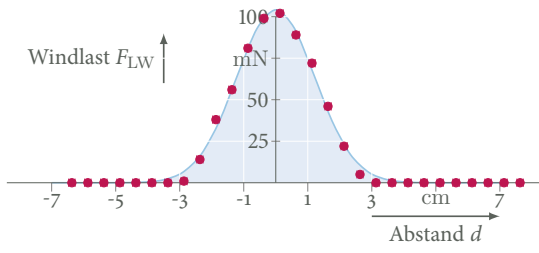


(c) Stufe 2, $s = 30$ cm

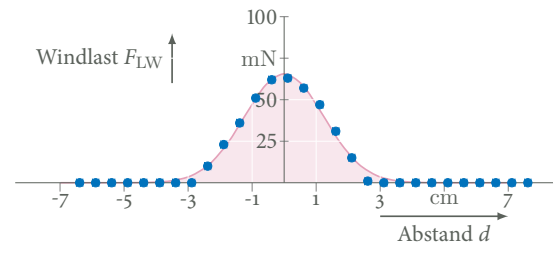


(d) Stufe 1, $s = 30$ cm

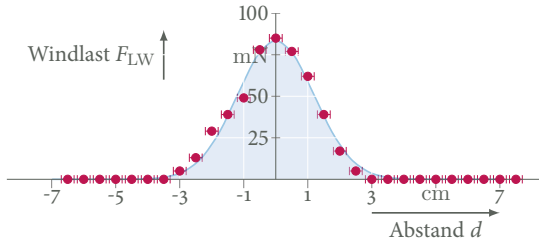
ABBILDUNG A.1: Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 10,0$ mm, Abstand $s = 25$ cm bis $s = 30$ cm



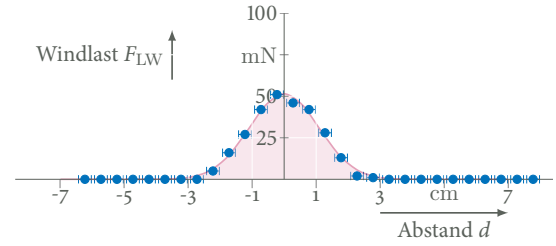
(a) Stufe 2, $s = 1$ cm



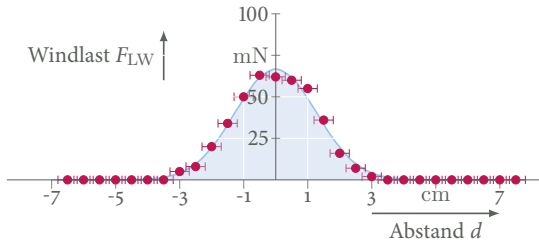
(b) Stufe 1, $s = 1$ cm



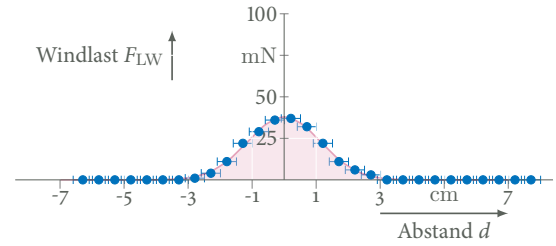
(c) Stufe 2, $s = 5$ cm



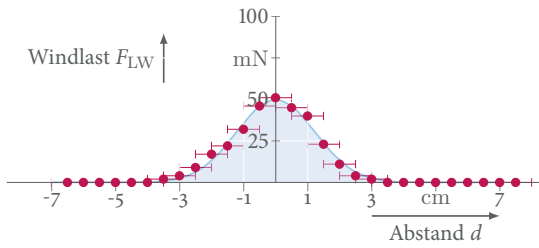
(d) Stufe 1, $s = 5$ cm



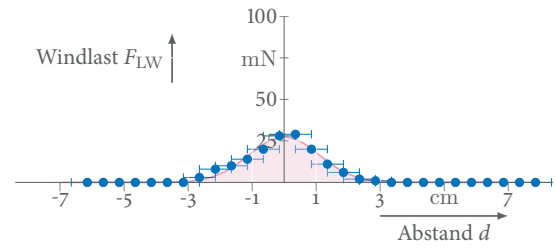
(e) Stufe 2, $s = 10$ cm



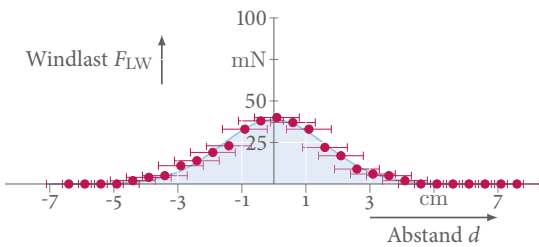
(f) Stufe 1, $s = 10$ cm



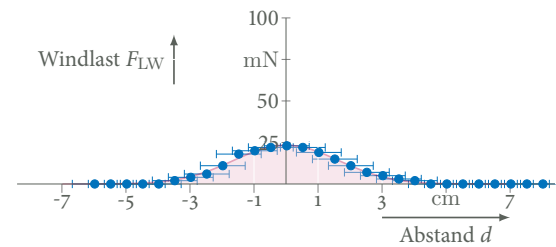
(g) Stufe 2, $s = 15$ cm



(h) Stufe 1, $s = 15$ cm

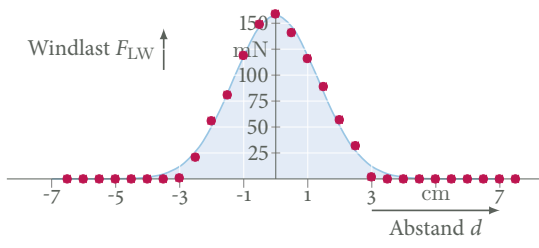


(i) Stufe 2, $s = 20$ cm

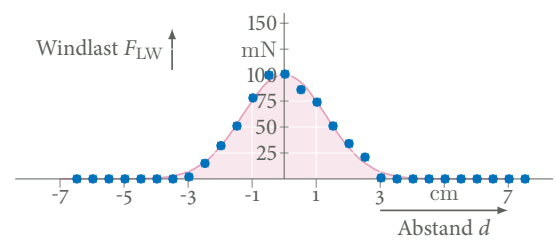


(j) Stufe 1, $s = 20$ cm

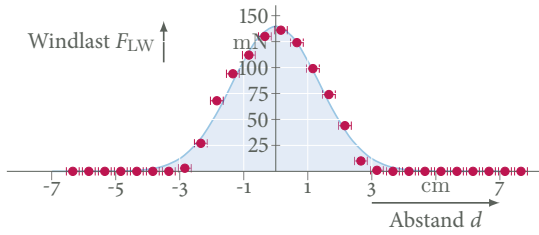
ABBILDUNG A.2: Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 10,0$ mm, Abstand $s = 1$ cm bis 20 cm



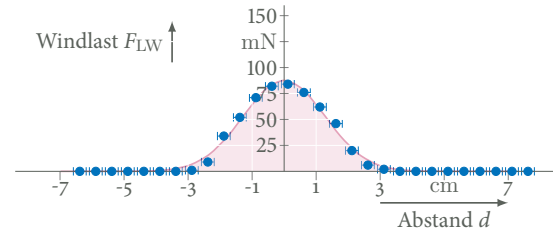
(a) Stufe 2, $s = 1$ cm



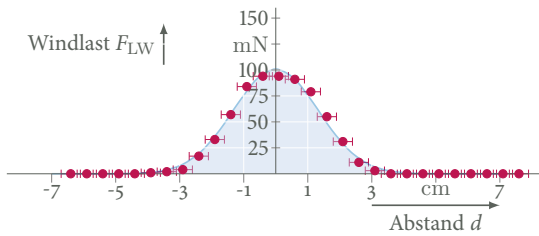
(b) Stufe 1, $s = 1$ cm



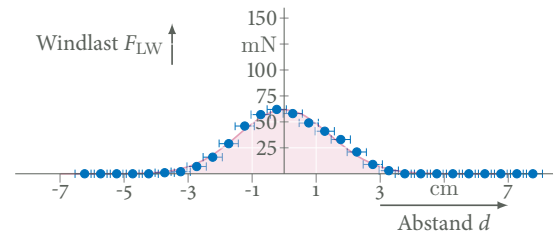
(c) Stufe 2, $s = 5$ cm



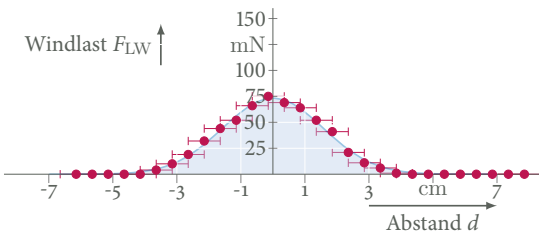
(d) Stufe 1, $s = 5$ cm



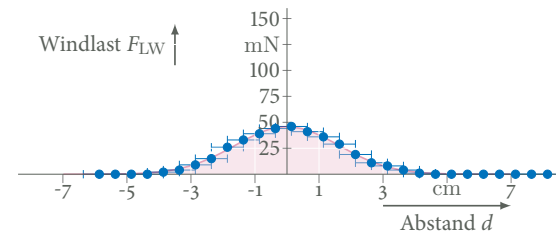
(e) Stufe 2, $s = 10$ cm



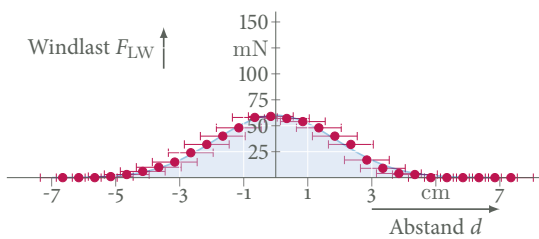
(f) Stufe 1, $s = 10$ cm



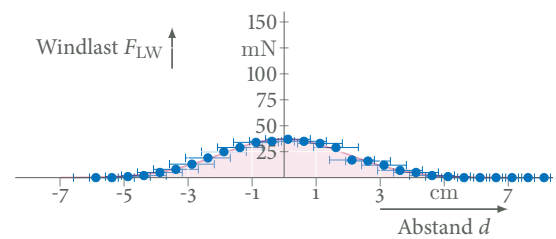
(g) Stufe 2, $s = 15$ cm



(h) Stufe 1, $s = 15$ cm

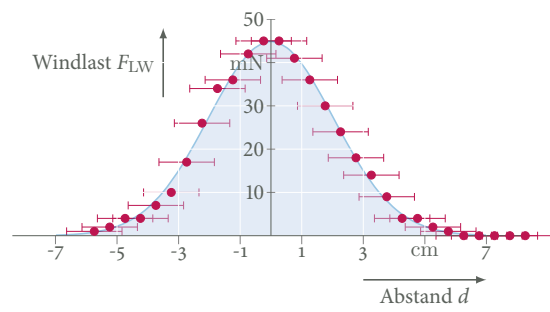


(i) Stufe 2, $s = 20$ cm

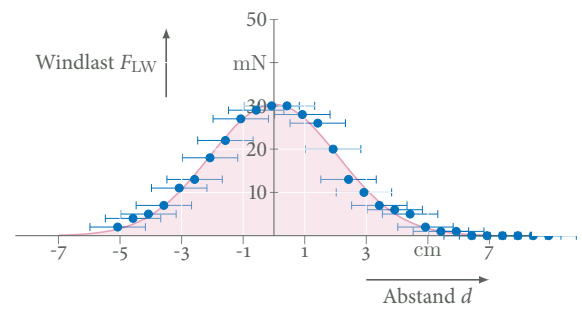


(j) Stufe 1, $s = 20$ cm

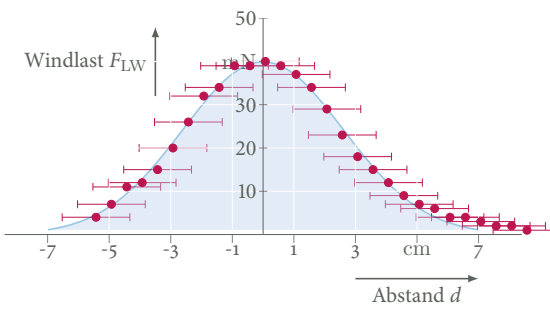
ABBILDUNG A.3: Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 12,5$ mm, Abstand $s = 1$ cm bis 20 cm



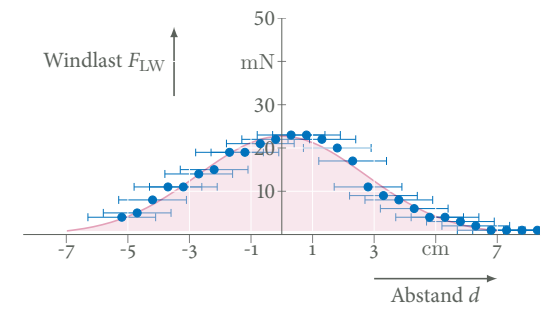
(a) Stufe 2, $s = 25$ cm



(b) Stufe 1, $s = 25$ cm

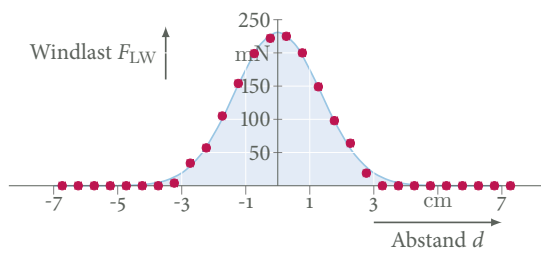


(c) Stufe 2, $s = 30$ cm

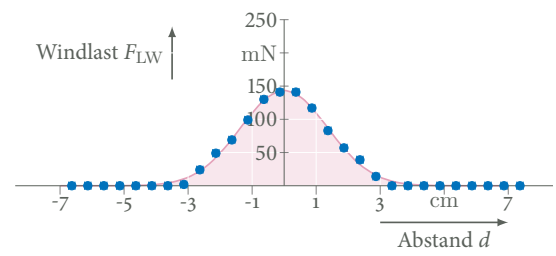


(d) Stufe 1, $s = 30$ cm

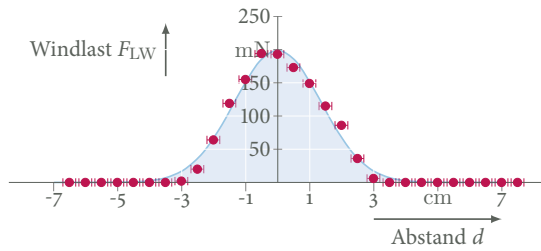
ABBILDUNG A.4: Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 12,5$ mm, Abstand $s = 25$ cm bis $s = 30$ cm



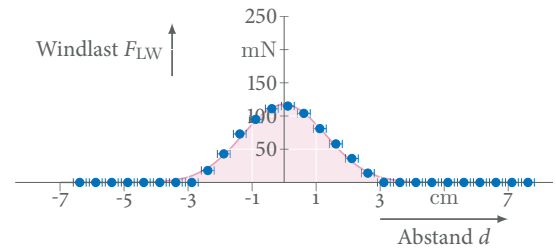
(a) Stufe 2, $s = 1$ cm



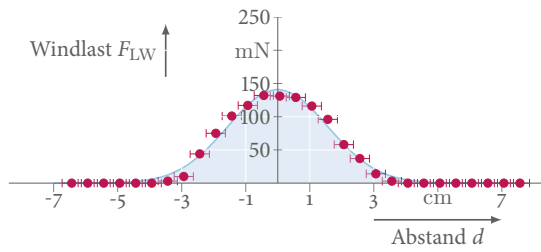
(b) Stufe 1, $s = 1$ cm



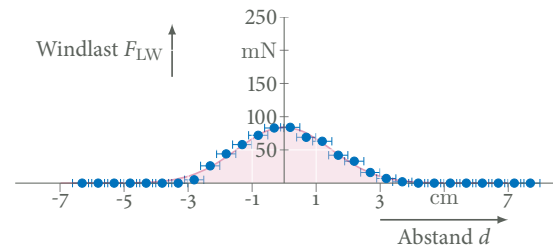
(c) Stufe 2, $s = 5$ cm



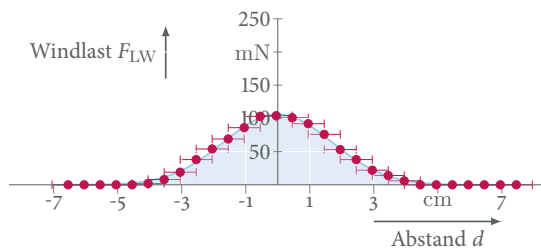
(d) Stufe 1, $s = 5$ cm



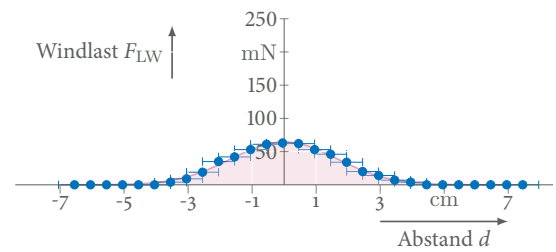
(e) Stufe 2, $s = 10$ cm



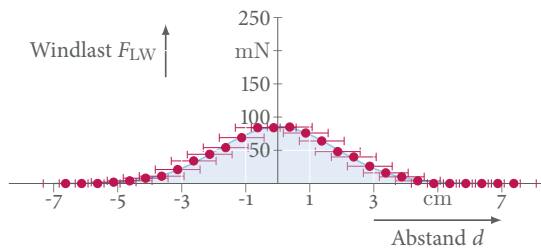
(f) Stufe 1, $s = 10$ cm



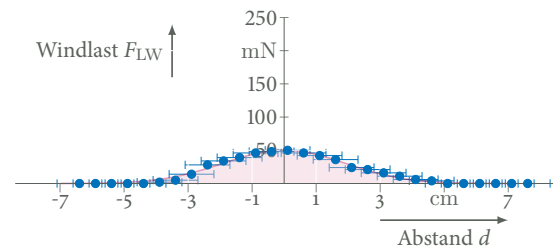
(g) Stufe 2, $s = 15$ cm



(h) Stufe 1, $s = 15$ cm

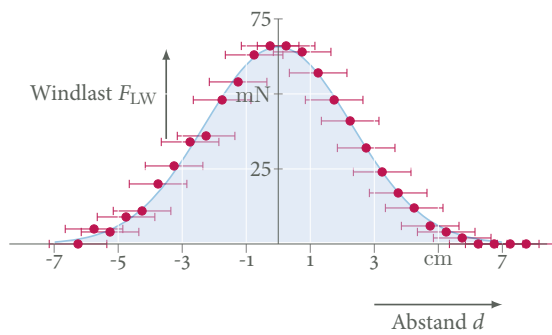


(i) Stufe 2, $s = 20$ cm

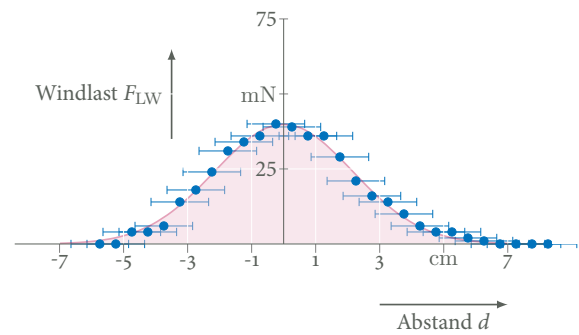


(j) Stufe 1, $s = 20$ cm

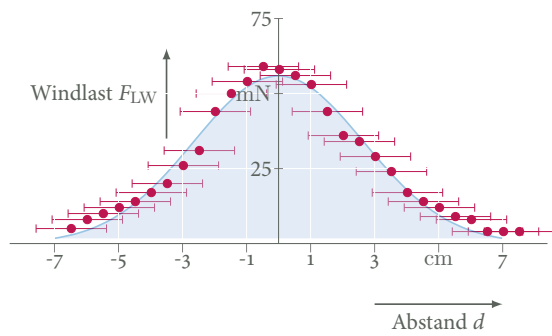
ABBILDUNG A.5: Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 15,0$ mm, Abstand $s = 1$ cm bis 20 cm



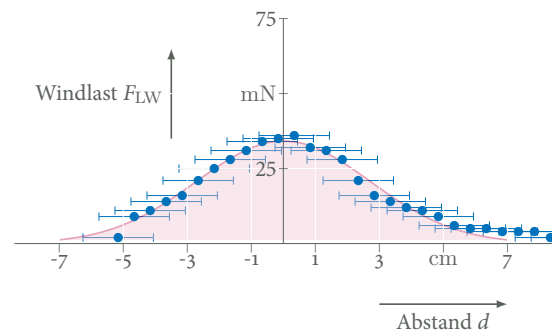
(a) Stufe 2, $s = 25$ cm



(b) Stufe 1, $s = 25$ cm

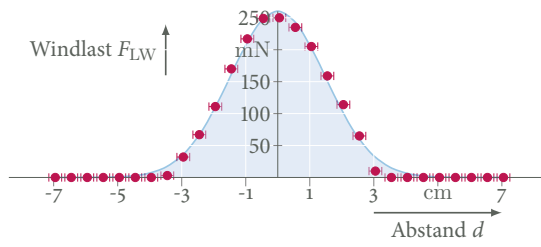


(c) Stufe 2, $s = 30$ cm

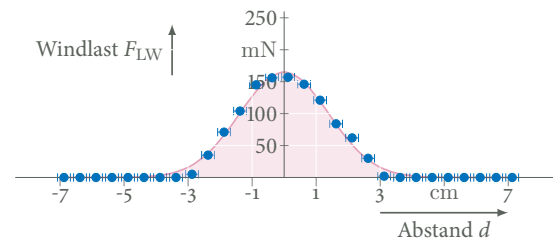


(d) Stufe 1, $s = 30$ cm

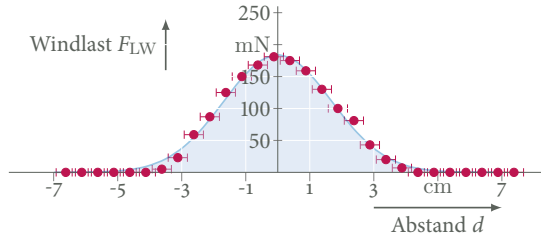
ABBILDUNG A.6: Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 15,0$ mm, Abstand $s = 25$ cm bis $s = 30$ cm



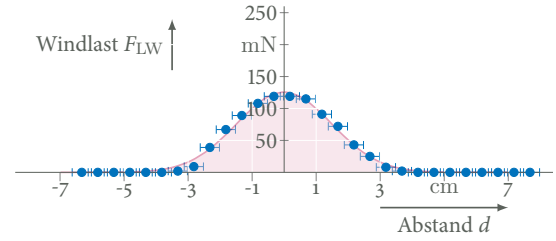
(a) Stufe 2, $s = 5$ cm



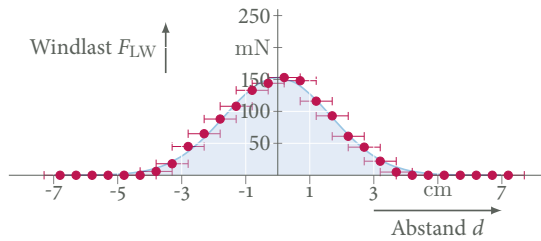
(b) Stufe 1, $s = 5$ cm



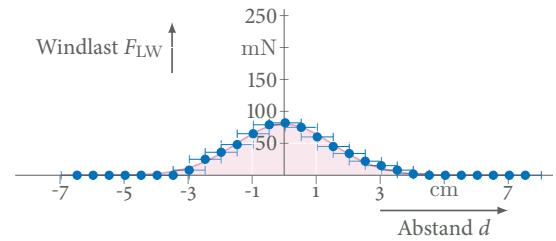
(c) Stufe 2, $s = 10$ cm



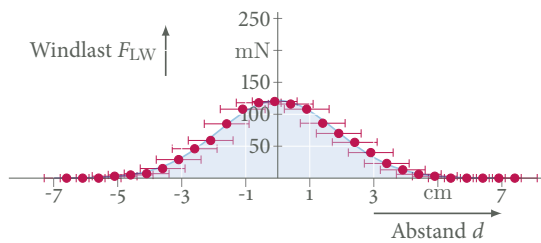
(d) Stufe 1, $s = 10$ cm



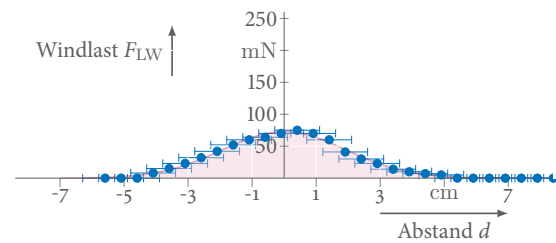
(e) Stufe 2, $s = 15$ cm



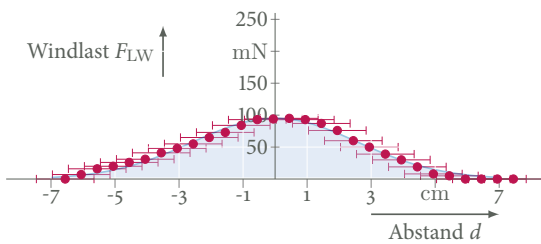
(f) Stufe 1, $s = 15$ cm



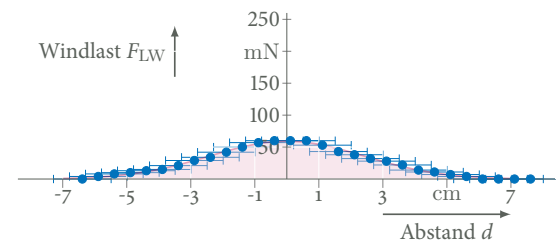
(g) Stufe 2, $s = 20$ cm



(h) Stufe 1, $s = 20$ cm



(i) Stufe 2, $s = 25$ cm



(j) Stufe 1, $s = 25$ cm

ABBILDUNG A.7: Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 17,5$ mm, Abstand $s = 5$ cm bis 25 cm

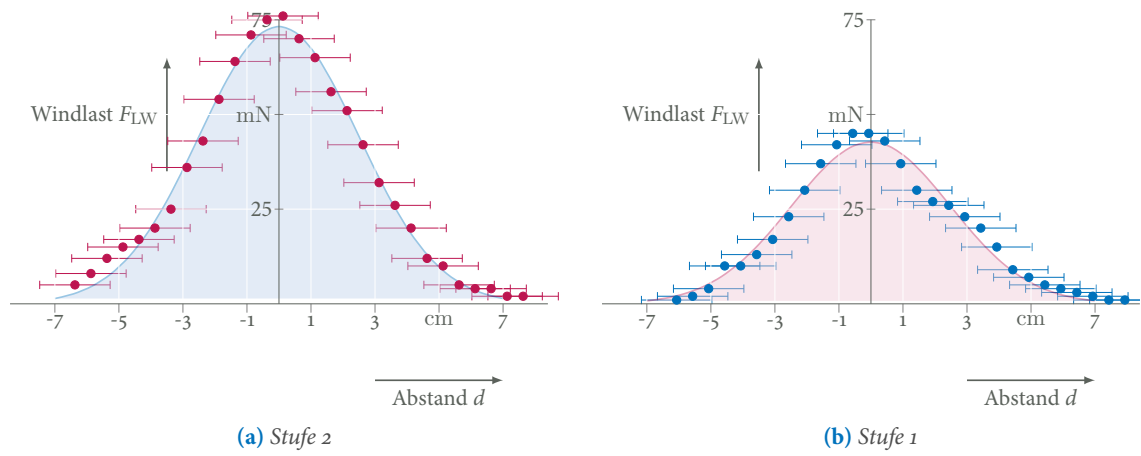


ABBILDUNG A.8: Gaussglocken-Fits Kugelradius $r = 17,5$ mm, Abstand $s = 30$ cm

SELBSTÄNDIGKEITSERLÄRUNG



Hiermit erkläre ich, dass ich die vorgelegte Hausarbeit selbständig verfasst und einschließlich eventuell beigefügter Abbildungen und Skizzen keine anderen als die im Literaturverzeichnis angegebenen Quellen, Darstellungen und Hilfsmittel benutzt habe.

Dies gilt in gleicher Weise für Printmedien wie für Quellen aus dem Internet. Ich habe alle Passagen und Sätze der Arbeit, die dem Wortlaut oder dem Sinne nach anderen Werken entnommen sind, in jedem einzelnen Fall unter genauer Angabe der Stelle ihrer Herkunft (Quelle, Seitenangabe bzw. entsprechende Spezifizierung) deutlich als Entlehnung gekennzeichnet.

Außerdem erkläre ich, dass die vorgelegte Arbeit zuvor weder von mir noch - soweit mir bekannt ist - von einer anderen Person an dieser oder einer anderen Universität eingereicht wurde.

Letztlich bestätige ich hiermit, dass ebenfalls eine elektronische Fassung des Berichts an Heinke@physik.rwth-aachen.de versandt wurde.

Mir ist bekannt, dass Zuwiderhandlungen gegen diese Erklärung die Benotung mit der Note »ungenügend« zur Folge haben und Verletzungen des Urheberrechts strafrechtlich verfolgt werden können.

Ort, Datum

Unterschrift