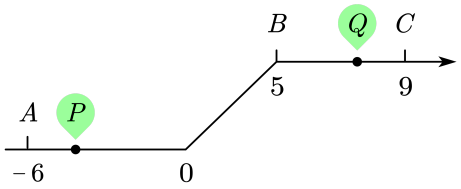
动点问题

1.（12 分）如图，将一条数轴在原点 0 和点 B 处各折一下，得到一条“折线数轴”。图中，点 A 表示的数为 -6，点 B 表示的数为 5，点 C 表示为 9，我们称点 A 和点 C 在数轴上相距 15 个长度单位。动点 P 从点 A 出发，以 2 单位/秒的速度沿著“折线数轴”的正方向运动，从点 O 运动到点 B 期间速度变为原来的一半，之后立刻恢复原速；同时，动点 Q 从点 C 出发，以 1 单位/秒的速度沿着折线数轴的负方向运动，从点 B 运动到点 O 期间速度变为原来的两倍，之后也立刻恢复原速。设运动的时间为 t 秒，则：



（1） 动点 P 从点 A 运动至点 O 需要 _____ 秒，从点 O 运动至点 B 需要 _____ 秒，从点 B 运动至点 C 需要 _____ 秒。

（2） 若 P、Q 两点在点 M 处相遇，则点 M 在折线数轴上所表示的数是多少？

（3） 请直接写出当 t 为何值时。P、O 两点在数轴上相距的长度与 Q、B 两点在数轴上相距的长度相等。

解答

（1） 动点 P 从点 A 运动至点 O 距离是 $0-(-6)=6$ 个单位，速度是 2 单位/秒，需要 $6\div 2=3$ 秒；……1 分

动点 P 从点 O 运动至点 B 距离是 $5-0=5$ 个单位，速度是 $2\div 2=1$ 单位/秒，需要 $5\div 1=5$ 秒；……1 分

动点 P 从点 B 运动至点 C 距离是 $9-5=4$ 个单位，速度是 2 单位/秒，需要 $4\div 2=2$ 秒。……1 分

（2） 动点 Q 点 C 运动至点 B 距离是 $9-5=4$ 个单位，速度是 1 单位/秒，需要 $4\div 1=4$ 秒。……1 分

假设 P、Q 两点在点 M 处相遇时，所用时间为 t，

$(t-3)\times 1+(t-4)\times 2=5-0$ ……1 分

解方程得 $t=\dfrac{16}{3}$ ……1 分

点 M 在折线数轴上所表示的数是 $(\dfrac{16}{3}-3)\times 1=\dfrac{7}{3}$ ……1 分

注：P 点从 -6 移动到 0 点，所用时间是 3 秒，见解答（1）；Q 点从 9 移动到 5，所用时间是 4 秒；可以判断是 P 点首先在 0 点拐弯，它们各自在 OB 上面运动的时间需要减掉在各自在直线上面已用的时间，即 P 点在 OB 上面运动时间是 $(t-3)$（速度是 1 个单位/秒），即 P 点在 OB 上面运动时间是 $(t-4)$（速度是 2 个单位/秒）。二者在 OB 上的距离和即 OB 的总距离，以此构成方程等式。

（3）① 当点 P 在 AO 上，点 Q 在 CB 上时，

$OP=6-2t$，$BQ=4-t$

$\because OP=BQ$

$\therefore 6-2t=4-t$

解方程得 $t=2$ ……1 分

② 当点 P 在 OB 上，点 Q 在 CB 上时，

$OP=t-3$，$BQ=4-t$

$\because OP=BQ$

$\therefore t-3=4-t$

解方程得 $t=3.5$ ……1 分

③ 当点 P 在 OB 上，点 Q 在 OB 上时，

$OP=t-3$，$BQ=2(t-4)$

$\because OP=BQ$

$\therefore t-3=2(t-4)$

解方程得 $t=5$ ……1 分

④ 当点 P 在 BC 上，点 Q 在 OA 上时，

$OP=5+2(t-8)$，$BQ=5+(t-6.5)$

$\because OP=BQ$

$\therefore 5+2(t-8)=5+(t-6.5)$

解方程得 $t=9.5$ ……1 分

综上：当 $t=2$ 或 3.5，5，9.5 秒时，$OP=BQ$ ……1 分

□